$$\int \ldots dt$$

ОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ

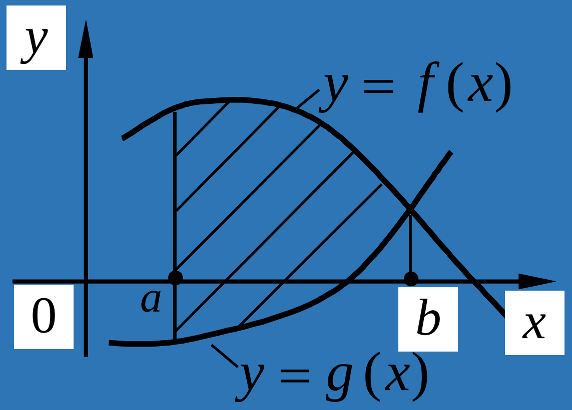
$$\int_a^b f(x)dx$$

Приложения определенного интеграла.

$$\int_0^a x^2 dx$$

Вычисление площади плоской фигуры.

1.



Если $f(x) \geq g(x)$ при $x \in [a; b]$ то площадь фигуры

ограниченной кривыми $y = f(x)$, $y = g(x)$

и прямыми $x = a$, $x = b$ находится по формуле

$$S = \int_a^b \left(f(x) - g(x) \right) dx$$

2.

Если кривая задана параметрическими уравнениями $x = x(t), \quad y = y(t) \geq 0$

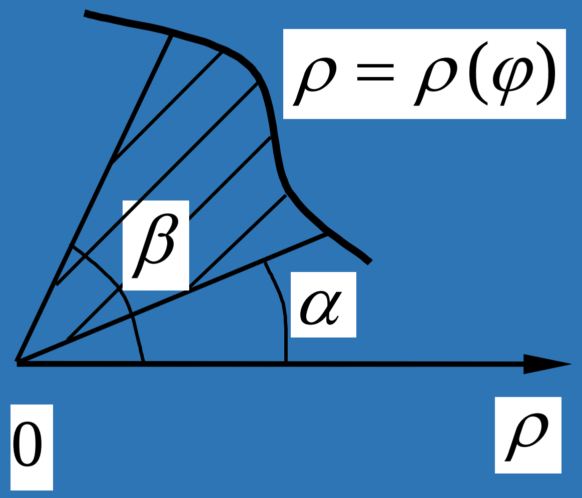
то площадь криволинейной трапеции, ограниченной этой кривой, прямыми

$x = a, \; x = b$ и отрезком $[a; b]$ оси Ох, выражается формулой

$$S = \int_{t_1}^{t_2} y(t)\, x'(t)\, dt$$

где $t_1, \; t_2$ определяются из уравнений $a = x(t_1), \, b = x(t_2)$ и $x(t)$ – монотонная функция на $[t_1; t_2]$ имеющая непрерывную производную $x'(t)$.

3.



Площадь криволинейного сектора ограниченного кривой, заданной в полярных координатах уравнением $\rho=\rho(\varphi)$, и двумя полярными лучами $\varphi=\alpha$, $\varphi=\beta$ $(\alpha<\beta)$, выражается интегралом

$$S=\frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta}\rho^2(\varphi)\,d\varphi$$

где $\rho(\varphi)$ – непрерывная функция на $[\alpha;\beta]$

Вычисление работы и других физических величин с помощью определенного интеграла

1. Если непрерывная переменная сила действует в направлении оси Ox , то работа силы $\overline{F}$ на отрезке $[a;b]$ выражается интегралом

$$A=\int_a^b f(x)\,dx, \quad f=\left|\overline{F}\right|$$

2. Для постоянного тока количество тепла, выделенного проводником в единицу времени, определяется законом Джоуля - Ленца

$$Q=0,24\cdot I^2\cdot R$$

Если $I=I(t)$,то за промежуток времени $[t_1;t_2]$

$$Q=0,24\int_{t_1}^{t_2} I^2(t)\cdot R\,dt$$

Длина дуги плоской кривой

1. Если функция $y = f(x)$ – непрерывно-дифференцируемая на отрезке $[a;b]$,то длина дуги кривой $y = f(x)$,заключенной между точками с абсциссами $x = a$ и $x = b$

вычисляется по формуле

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2}\, dx$$

2. Если кривая задана параметрическими уравнениями $\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t) \end{cases}$

$t \in [t_1; t_2]$,где $x(t), y(t)$ – непрерывно-дифференцируемые функции, то длина дуги

кривой вычисляется по формуле

$$L = \int_{t_2}^{t_1} \sqrt{\left(x'(t)\right)^2 + \left(y'(t)\right)^2}\, dt$$

3. Если кривая задана в полярных координатах уравнением $\rho = \rho(\varphi)$

то длина дуги кривой, соответствующей монотонному изменению полярного угла от $\varphi_1 = \alpha$ до $\varphi_2 = \beta$, где $\alpha < \beta$, находится по формуле

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\rho^2(\varphi) + \left(\rho'(\varphi)\right)^2}\, d\varphi$$

где $\rho(\varphi)$ – непрерывно-дифференцируемая функция.

Объем тела вращения

Объем тела, образованного вращением вокруг оси Ох криволинейной трапеции, ограниченной непрерывной кривой, осью аргумента и двумя ей перпендикулярными прямыми, вычисляется по формуле

$$V_{вр.x} = \pi \int_a^b y^2(x)\,dx$$ (при вращении вокруг оси Ox)

$$V_{вр.y} = \pi \int_c^d x^2(y)\,dy$$ (при вращении вокруг оси Oy)