$$\int \ldots dt$$

ОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Правила вычисления определенного интеграла

$$\int_a^b f(x)dx$$

$$\int_0^a x^2 dx$$

Формула Ньютона-Лейбница:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Формула применяется для вычисления определенного интеграла от непрерывной на отрезке $[a;b]$ функции $f(x)$,лишь тогда, когда равенство $F'(x) = f(x)$ выполняется на всем отрезке $[a;b]$,т.е. первообразная $F(x)$ является непрерывно-дифференцируемой функцией на всем отрезке $[a;b]$.

Замена переменной в определенном интеграле

Если $x = \varphi(t)$ – непрерывно-дифференцируемая монотонная

функция на отрезке $\alpha \le t \le \beta$,причем $\varphi(\alpha) = a,\ \varphi(\beta) = b$

и $f(\varphi(t))$ – функция непрерывная на отрезке

$[\alpha; \beta]$,то

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$$

Интегрирование по частям в определенном интеграле

$$\int_a^b u(x)\,dv(x) = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int_a^b v(x)\,du(x)$$

где $u = u(x)$, $v = v(x)$ – непрерывно-дифференцируемые функции на отрезке $[a;b]$

Интеграл с переменным верхним пределом.

Пусть $y = f(x)$ функция, непрерывная на отрезке $[a;b]$

Имеем формулу

$$I(x) = \int_a^x f(t)\,dt \qquad x \in (a,\ b)$$

Теорема. Функция $I(x)$ является первообразной для $f(x)$: $I'(x) = f(x)$

Несобственные интегралы с бесконечными пределами (1-го рода)

Пусть функция $f(x)$ определена для всех $x \geq a$ и интегрируема на любом отрезке $[a;b]$. Тогда $\lim\limits_{b \to +\infty} \int\limits_a^b f(x)\,dx$ называется несобственным интегралом от $f(x)$ в пределах от a до $+\infty$

и обозначается $\int\limits_a^{+\infty} f(x)\,dx$

Если предел существует, то соответствующий несобственный 1-го рода интеграл называется ***сходящимися***. В противном случае интеграл называется ***расходящимися***.

Несобственные интегралы от неограниченных функций (2-го рода)

Если функция $f(x)$ определена при $a \le x < b$, интегрируема на любом отрезке $[a; b-\varepsilon]$, $0 < \varepsilon < b-a$ и не ограничена слева в точке b при $x \to b-0$,

то по определению полагают

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\varepsilon \to +0} \int_a^{b-\varepsilon} f(x)\,dx$$

и называют несобственным интегралом 2-го рода.

Если этот предел существует, то несобственный интеграл называется ***сходящимся***.
В противном случае интеграл называется ***расходящимся***.

Если функция $f(x)$ не ограничена справа в точке a при $x \to a+0$, то

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\varepsilon \to +0} \int_{a+\varepsilon}^b f(x)\,dx$$

Если функция $f(x)$ в окрестности внутренней точки с отрезка $[a;b]$ неограниченна, то по определению

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

причем, если несобственные интегралы 2-го рода справа сходятся, то и интеграл слева называется сходящимся.

Спасибо
за
внимание!