

1. Найти область определения функции  $z = \sqrt{\frac{2y}{x^2 + y^2 - 1}}$ .

2. Найти линии уровня функции  $z = x^2 + y^2$ .

3. Найти частные производные функции  $z = 2x^3 - 3y^2 + 5xy^3 - e^{xy}$ .

4. Найти частные производные функции  $z = x^y$  ( $x > 0$ ).

5. Найти частные производные второго порядка функции  $z = \ln(x^2 + y^2)$  и доказать, что данная функция удовлетворяет уравнению Лапласа:  $z''_{xx} + z''_{yy} = 0$ .

6. Найти полный дифференциал функции  $z = \ln \operatorname{tg}(xy)$ .

7. Вычислить приближенно  $1,01^{3,02}$ .

8. Найти частные производные функции  $z = x^y$ , если  $x = \operatorname{tg} t$ ,  $y = \sin t$ .

9. Найти частные производные функции  $z = e^u \cdot \sin v$ , если  $u = x \cdot y$ ,  $v = x + y$ .

10. Найти  $\frac{dy}{dx}$ , если  $(x^2 + y^2)^3 - 3(x^2 + y^2) + 1 = 0$ .

11. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  функции  $z = z(x, y)$ , задан-

ной неявно уравнением  $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$ .

12. Найти производную функции  $z = xy$  в точке  $P(5; 1)$  в направлении от точки  $P$  к точке  $Q(7; -1)$ .

13. Дана функция  $z = x + xy$ . Определить градиент в точке  $M(-1; 2)$  и его модуль.

14. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к эллиптическому параболоиду  $z = x^2 + \frac{y^2}{2}$  в точке  $P_0(1; -2; 3)$ .

15. Исследовать на экстремум функцию  $z = \frac{x^3}{8} + \frac{y^3}{27} - xy + 1$ .

16. Найти наименьшее и наибольшее значения функции  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$  в области  $D = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 0, y \leq 0, x + y \geq -3\}$ .

17. Для чисел  $z_1 = 10 + 5i$  и  $z_2 = 1 - 2i$  найти: а)  $2z_1 + 3z_2$ ; б)  $\overline{z_1 - 2z_2}$ ; в)  $i z_1 z_2$ ; г)  $\frac{z_1}{z_2}$ .

18. На комплексной плоскости изобразить числа  $z_1 = -2 + 3i$ ;

$z_2 = -2i$ ;  $z_3 = 1 + i$ ;  $z_4 = 4$  векторами:

19. Представить в тригонометрической и показательной формах числа а)

$z_1 = -2 + 2i\sqrt{3}$ ; б)  $z_2 = -5$ ; в)  $z_3 = 3i$ .

20. Найти  $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$ , если  $z_1 = 5 + 5i$ ,  $z_2 = -|z_1|i$ .

21. Найти  $z = x + iy$  из уравнения  $|z + 2i| - 2i - z = 3$ .

22. Вычислить  $(1 + i)^{20}$ .

23. Найти  $\sqrt{-1}$ .

24. На комплексной плоскости  $Oxy$  построить множества точек, удовлетворяющих условиям:

а)  $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z > 2$ ;

б)  $1 \leq |z| \leq 2$ .

25. Отделить действительную часть функции  $W = iz^2 + 1$  от мнимой.

26. Показать, что функция  $W = \operatorname{Re} z$  не имеет производной ни в одной точке.

27. Найти образ прямой  $x = 1$  при отображении  $W = z^2$ .