

1. Найти область определения функции $f(x) = \ln(5x + x^2 + 6)$.
2. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 - 6x^3}{3x^3 - 2}$.
3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 6x)}{\arcsin(x/2)}$.
4. Найти точки разрыва функции $f(x) = \frac{x}{x - 4}$.
5. Найти значение производной функции $y = x \cdot \cos x + 2e^x$ в точке $x_0 = 0$.
6. Написать уравнение касательной к графику функции $y = 2x - \operatorname{arctg} x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.
7. Тело движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 + t + 1$ (x - в метрах, t - в секундах). Найти скорость тела в момент $t_0 = 6$.
8. Вычислить предел, используя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + x}{e^x - \cos x}$.
9. Вычислить предел, используя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x + 5x}{e^{3x} + x}$.
10. Исследовать на экстремум функцию $y = (x - 5) \cdot e^x$.
11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 3x - x^3$ на отрезке $[-2; 3]$.
12. Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции $y = x^3 + 5x - 6$.
13. Показать, что функция $y = \sin(\ln x) + \cos(\ln x)$ удовлетворяет уравнению $x^2 y'' + xy' + y = 0$.
14. Найти производную y''_{xx} , если функция $y = y(x)$ задана параметрически:
 $x = \ln t$, $y = t^3$, $t \in (0; +\infty)$.
15. Найти значение производной $y'(1)$, если
$$x^3 - 2x^2 y^2 + 5x + y - 5 = 0, \quad y(1) = 1.$$

16. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $y = \frac{x+1}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

17. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 3t^4 - 4t^3 + 5$ (x – в метрах, t – в секундах, $t_0 = 0$ – начало движения). Найти ускорение (м/с^2) точки в момент её остановки.

18. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow +0} x^x$, используя правило Лопиталю.

19. Исследовать на экстремум функцию $y = (x-1) \cdot \sqrt[3]{x^2}$.

20. Найти сумму наибольшего и наименьшего значений функции $f(x) = x + e^{-x}$ на отрезке $[-1; 1]$.

21. Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции $y = \frac{\ln x}{x}$.

22. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{3-2x}{x+1}$.