

1. Записать одну из возможных формул общего члена ряда

a_n , зная его первые четыре члена: $2 + \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{3} + \frac{2^4}{4} + \dots$

2. Выяснить сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$, используя определение. В

случае сходимости ряда найти его сумму.

3. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (5 \cdot (0,6)^n + 3 \cdot (0,5)^n)$.

4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$.

5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$.

6. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{1}{\sqrt{n}}$.

7. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+1}$.

8. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$.

9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+5}{3n+8} \right)^{2n}$.

10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$.

11. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n}$ на абсолютную и условную сходи-

мость.

12. Показать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^3}$ сходится и вычислить его сумму с

точностью 10^{-2} .

13. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.

14. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$.

15. Найти область сходимости Ω степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$.

16. Найти область сходимости Ω степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n!x^n$.

17. Найти область сходимости Ω степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n}$.

18. Написать три отличных от нуля члена разложения функции $f(x) = \ln x$ в ряд Тейлора в точке $x_0 = 1$.

19. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = e^{x^3}$.

20. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$.

21. Вычислить $\int_0^{0,5} \frac{dx}{x^4 + 1}$ с точностью 0,01.

22. Найти решение уравнения $y'' + x^2 y = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

23. Функция $f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2}; & x \in [-\pi; 0]; \\ \left|x - \frac{\pi}{2}\right|; & x \in (0; \pi] \end{cases}$ разложена в ряд Фурье в ин-

тервале $(-\pi; \pi)$. $S(x)$ - сумма ряда Фурье. Найти свободный член ряда Фурье и значения $S(0)$, $S\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $S(7,5\pi)$.

24. Функция $f(x) = -x^2 - 2x$ разложена в интервале $(-2; 2)$ в ряд Фурье, сумма которого $S(x)$. Найти $S(2) + S(5) + S(7) + S(12)$.

25. Разложить в ряд Фурье в интервале $(-\pi; \pi)$ функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1; & x \in [-\pi; 0]; \\ x; & x \in (0; \pi]. \end{cases}$$

26. Разложить в ряд Фурье в интервале $(-4; 4)$ функцию $f(x) = \frac{x}{2}$.

27. Какие гармоники содержит ряд Фурье в интервале $(-2\pi; 2\pi)$ для функции $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} \cdot \cos x$?

28. Какие гармоники содержит ряд Фурье в интервале $(-5; 1)$ для функции $f(x) = 5 - (x + 2)^3$? Найти a_0 .

29. Разложить функцию $y = f(x)$ (см. рис.) в ряд Фурье: а) по синусам; б) по косинусам.

