

Задачи

1. Решите уравнение $\begin{vmatrix} x & -2 \\ -2 & x \end{vmatrix} = 0$.

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

3. Найдите линейную комбинацию матриц $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Найдите $\det(A + 3E)$, если $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Найдите произведение матриц $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

6. Решите матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

7. Найдите λ , при котором матрица $\begin{pmatrix} \lambda & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ не имеет обратной.

8. Найдите обратную матрицу к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Найдите ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

10. Решите систему линейных уравнений матричным способом и методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 1, \\ x + y + 2z = 3, \\ 3x + 4y + 3z = 5. \end{cases}$$

11. Векторы $\vec{a} = (3; 1; -2)$ и $\vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ являются сторонами параллелограмма. Найдите длину его большей диагонали.

12. Даны векторы $\vec{a} = (2; -2; 4)$, $\vec{b} = (m; 1; -1)$, $\vec{c} = (3; -2; n)$. Найдите значения m и n при которых векторы $\vec{a} - 2\vec{b}$ и \vec{c} коллинеарны.

13. В треугольнике ABC известны координаты вершины $A(1; -2; 4)$ и векторы $\vec{AC} = (-7; 3; 1)$ и $\vec{AB} = (1; 5; -3)$. Найдите координаты точки M - середины стороны BC .

14. Какие из заданных чисел $\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$; $\frac{\sqrt{2}}{4}$ можно выбрать в качестве направляющих косинусов некоторого вектора пространства?

15. Даны точки $A(-2; 1; 4)$ и $B(2; 3; 0)$. Найдите координаты орта вектора \overline{AB} .

16. Упростите выражение $(2\vec{a} - 5\vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b})$ при условии, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 1$,

$$(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}.$$

17. Точки $A(1; 0; 2)$, $B(0; 2; -1)$ и $C(3; 4; 0)$ являются вершинами треугольника ABC . Найдите косинус внутреннего угла треугольника при вершине B .

18. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{b} = (-1; 1; 3)$. Найдите проекцию вектора \vec{b} на направление вектора $\vec{a} + \vec{b}$.

19. Найдите координаты единичного вектора $\vec{p} = (x; y; z)$ перпендикулярного вектору $\vec{a} = (3; 6; 8)$ и оси Ox , если известно, что он образует тупой угол с осью Oy .

20. Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = (1, 2, 3)$. Найдите проекцию вектора $\vec{a} \times \vec{b}$ на вектор $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

21. Найдите площадь треугольника ABC , где $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 1)$, $C(2; 1; 0)$.

22. Найдите значение " l ", при котором векторы $\vec{a}(1; 3; l)$, $\vec{b}(2; 2; -1)$, $\vec{c}(-3; 1; 2)$ компланарны.

23. Найдите объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (2; 2; 3)$, $\vec{b} = (-1; 1; 2)$ и $\vec{c} = 3\vec{i} - 2\vec{k}$.

24. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $A(4; 5)$ и $B(-3; 1)$.

25. Постройте область на плоскости (укажите штриховкой), заданную

$$\text{системой неравенств: } \begin{cases} x + y \geq 1, \\ 4x + 3y - 12 \leq 0, \\ y \geq x, \\ 4x - y + 4 \geq 0. \end{cases}$$

26. Найдите значения " a ", при которых прямые $ax + 2ay - 2 = 0$ и $5x - ay + 1 = 0$ параллельны.

27. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $A(-1; 4)$ и через точку пересечения прямых $2x - y + 7 = 0$ и $x - 3y + 11 = 0$.

28. Найдите координаты центра эллипса $x^2 + 4y^2 + 2x - 16y + 13 = 0$ и его эксцентриситет.

29. Найдите координаты вершины параболы $y = x^2 + 2x - 3$ и уравнение директрисы.
30. Найдите радиус окружности $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$.
31. Как называется линия, заданная уравнением $36x^2 - 4y^2 = 36$?
32. Найдите значение α , при котором плоскости $x - \alpha y + z - 1 = 0$ и $2x + y - 3z - 4 = 0$ перпендикулярны.
33. Найдите объем пирамиды ограниченной координатными плоскостями и плоскостью $2x + 2y - 3z - 6 = 0$.
34. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1, -1, 2)$ параллельно плоскости $3x + 5y - z + 1 = 0$.
35. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $P(1; 2; -3)$ и ось Oz .
36. Даны точки $A(2; 4; -1)$, $B(3; -2; 0)$ на прямой. Записать а) канонические уравнения прямой; б) параметрические уравнения; в) общие уравнения прямой.
37. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $A(-1; 2; 3)$ перпендикулярно плоскости $P: 2x + y - z - 1 = 0$.
38. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -1; 4)$, перпендикулярно прямой $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{0}$.