

Дидактический материал к теме Неопределённый и определённый интеграл

Найдите интегралы:

1. $\int \frac{e^x dx}{1 - e^{2x}}$

2. $\int \frac{x^2 dx}{x^6 + 16}$

3. $\int \frac{x dx}{x^2 - 6x - 7}$

4. $\int \frac{5 \cos 2x dx}{\sqrt{9 - \sin 2x}}$

5. $\int \frac{2x dx}{x - 1}$

6. $\int (2x - 1) \sin x dx$

7. $\int \sin 2x \cos 6x dx$.

8. Запишите разложение дроби $\frac{2x + 5}{(x^2 + x + 3)(x - 3)(x + 5)}$ на простейшие, не находя неопределённых коэффициентов.

9. Вычислите интеграл $\int_0^1 \frac{x}{x + 2} dx$.

10. Найдите среднее значение функции $f(x) = x^3$ на отрезке $[1, 2]$.

11. Вычислите интеграл $\int_{-2}^3 \frac{|x|}{x} dx$.

12. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x$,
 $x = \sqrt{-y + 2}$, $x = 0$.

13. Найдите длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:
 $x = \cos t$, $y = \sin t$, $t \in [0, \pi]$.

14. Найдите объём тела вращения вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2x$, $x = 3$, $y = 0$.

15. Вычислить несобственный интеграл $I = \int_0^{1/3} \frac{dx}{x \ln^2 x}$.

16. Вычислите интеграл $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x^2 - x) \sin x \, dx$

17. Вычислить несобственный интеграл $I = \int_0^{+\infty} x e^{-x^2} \, dx$.

18. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x + 1$, $y = e^{-x}$, $x = 2$.

19. Найдите площадь фигуры, заключенной между линией $y = e^{-x}$ и ее асимптотой при $x \geq 0$.

20. Вычислите объем тела вращения вокруг оси Oy фигуры, ограниченной линиями: $y = \ln x$, $y = 0,5 \ln x$, $y = 1$.

21. Вычислите объем тела вращения вокруг оси Ox фигуры, ограниченной осью Ox и линией $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = 6 \sin t \end{cases}$ при $t = [0; \pi]$.