

Занятие № 9. Уравнение плоскости. Прямая и плоскость в пространстве

Задачи

1. Принадлежит ли точка $M(1; 2; 3)$ плоскости $P: x + 3y - z - 3 = 0$?
2. Дано уравнение плоскости $3x - 2y + 5z - 9 = 0$. Найти а) координаты какого-либо вектора нормали к плоскости; б) координаты какой-либо точки, принадлежащей плоскости.
3. Построить плоскость $3x + 2y + 6z - 12 = 0$ и вычислить объем пирамиды, ограниченной координатными плоскостями и данной плоскостью.
4. Составить уравнение плоскости P , проходящей через точку $M(2; -1; 3)$ и перпендикулярной вектору $\vec{N}(-3; 2; 5)$.
5. Составить уравнение плоскости P , проходящей через точку $M(-2; 1; 3)$ и параллельной плоскости $P_1: 2x + 4y - z + 5 = 0$.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; 1; 1)$ и параллельной плоскости Oxy .
7. Какой геометрический образ соответствует уравнению $x - y = 0$
а) на плоскости? б) в пространстве?
8. Точка $M(3; -4; 1)$, служит основанием перпендикуляра, опущенного из точки $Q(2; 0; 5)$ на плоскость P . Составить уравнение плоскости P .
9. Являются ли параллельными плоскости $P_1: 4x + 2y - 4z + 5 = 0$ и $P_2: 2x + y - 2z - 4 = 0$?
10. Являются ли перпендикулярными плоскости $P_1: 2x - 3y + 4z - 2 = 0$ и $P_2: x + 2y + z - 7 = 0$?
11. Найти косинус угла между плоскостями $P_1: 2x - 3y + 6z - 7 = 0$ и $P_2: 4x + 8y + z - 3 = 0$.

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3; -4; 2)$ параллельно векторам $\vec{a}(3; 1; -1)$ и $\vec{b}(1; -2; 1)$.
13. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки: $M_1(3; -2; 1)$, $M_2(2; 1; -1)$, $M_3(1; 0; 1)$.
14. Составить уравнение плоскости P , проходящей через точки $O(0; 0; 0)$, $A(3; -2; 1)$ и $B(1; 4; 0)$.
15. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-2; 3; 1)$ и перпендикулярной плоскостям $P_1: x - y - z = 0$, $P_2: 2y = x$.
16. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $K(1; 2; -3)$ и ось Oz .
17. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; -3; 5)$ параллельно а) вектору $\vec{a}(2; 4; -3)$; б) прямой $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$; в) оси Oy .
18. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $Q(-2; 3; 1)$ параллельно вектору $\vec{a}(-3; 2; 4)$.
19. Даны точки $A(2; 4; -1)$, $B(3; -2; 0)$ на прямой. Записать а) канонические уравнения прямой; б) параметрические уравнения; в) общие уравнения прямой.
20. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $A(-1; 2; 3)$ перпендикулярно плоскости $P: 2x + y - z - 1 = 0$.
21. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -1; 4)$, перпендикулярно прямой $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{0}$.
22. Записать параметрические уравнения прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{0} = z + 2$. Найти координаты каких-либо двух точек, принадлежащих этой прямой.

23. При каком значении m прямая $L: x = 2t + 1, y = mt - 2, z = -t - 3, t \in \mathbb{R}$, параллельна плоскости $P: x - 3y - 7z + 1 = 0$?

24. Найти угол между прямыми $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{2}$ и

$$L_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-4}{1}.$$

25. Найти угол между прямой $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-1}{2}$ и плоскостью

$$P: 2x - 2y + 1 = 0.$$

26. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1; -2; 1)$

параллельно прямым $L_1: \frac{x}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ и $L_2: \frac{x+1}{5} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{2}$.

27. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3; 1; -2)$ и

прямую $L: \frac{x-4}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-2}$.

28. Найти координаты точки пересечения плоскости $2x + 3y - 5z + 1 = 0$ и

прямой $\frac{x-5}{3} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$.

29. Найти синус угла, образованного прямой $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ 3x + 2y - 2z = 0 \end{cases}$ с плоскостью

$$3x + 2y - z + 4 = 0.$$

Домашнее задание

30. При каком значении " m " плоскость $2x + my + 3z + 3m - 9 = 0$ проходит через начало координат.

31. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1; 3; 2)$ и параллельной плоскости Oyz .

32. Составить уравнение, которое задает геометрическое место точек пространства, равноудаленных от двух заданных точек $A(2; -1; 4)$ и $B(-4; 3; 6)$.

33. Точка $M(1; -3; 2)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из точки $Q(3; 2; -4)$ на плоскость P . Составить уравнение плоскости P .

34. Являются ли плоскости $P_1: x - 3z + 2 = 0$ и $P_2: 2x - 6z - 7 = 0$ параллельными?

35. Найти косинус угла между плоскостями $P_1: 6x + 2y - 3z + 5 = 0$ и $P_2: 2x - y + 2z + 1 = 0$.

36. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2; 1; 3)$, $M_2(-1; 3; 2)$, $M_3(3; -1; 1)$.

37. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1; 2; -3)$ параллельно прямой $L: x = 2t + 1, y = -t + 3; z = 4t - 2, t \in \mathbb{R}$.

38. Найти направляющий вектор прямой
$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x - y - 2z = 0 \end{cases}$$

39. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точки $A(-1; 3; 2)$ и $B(1; 2; -3)$.

40. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $A(2; -3; 1)$ перпендикулярно плоскости $P: x - y + z - 3 = 0$.

41. При каком значении m прямая $L: x = t + 1, y = 2mt - 1, z = -t + 1, t \in \mathbb{R}$, параллельна плоскости $P: 3x + y - z + 1 = 0$?

42. Найти угол между прямыми $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-5}$ и $L_2: x = -2t + 1; y = 3t - 1; z = t + 3, t \in \mathbb{R}$.

Дополнительные задачи для самостоятельной работы

43. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 1; 3)$ и $B(1; -3; 2)$ и перпендикулярной плоскости $P: 2x - y + 3z + 4 = 0$.

44. Найти расстояние от точки $A(1; -2; 1)$ до плоскости

$$P: 2x - 3y + 6z - 7 = 0.$$

45. Найти расстояние между параллельными плоскостями

$$P_1: x - 2y - 2z - 1 = 0, \quad P_2: 2x - 4y - 4z - 14 = 0.$$

46. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3; -1; 2)$ и перпендикулярной плоскостям $P_1: 2x + y - z + 1 = 0$ и $P_2: x - y + 2z = 0$.

47. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 0; -1)$ и $B(2; -3; 1)$ и перпендикулярной плоскости $P: x + 2y - 3z + 1 = 0$.

48. Составить уравнение плоскости, проходящей через перпендикуляры, опущенные из точки $A(-2; 3; 1)$ на плоскости $4x + y - 3z + 1 = 0$ и $x - 2y + z + 1 = 0$.

49. Найти расстояние между прямыми L_1 и L_2 :

$$\text{а) } L_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{2}, \quad L_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-4}{1};$$

$$\text{б) } L_1: \frac{x}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}, \quad L_2: x = 3t + 2, \quad y = -6, \quad z = -2t - 2, \quad t \in \mathbb{R}.$$

50. Найти проекцию точки $M(2; -3; 6)$ на плоскость $2x - 3y + z - 5 = 0$.