

Занятие 8. Кривые второго порядка

Задачи

1. Определить какие линии на плоскости определяют уравнения:

1) $x^2 + 4y^2 = 4$	2) $x^2 + y^2 = 4$	3) $4x^2 + y = 4$
4) $x^2 - 4y^2 = 4$	5) $x + y = 4$	6) $x^2 - 4y^2 = 0$.
2. Какие из трех данных точек $A(-7; -6)$, $B(7; -6)$ и $C(9; -9)$ лежат на окружности $(x-1)^2 + y^2 = 100$, внутри, вне ее?
3. Найти координаты центра и радиус окружности $x^2 + y^2 + 6x - 2y = 0$.
4. Найти длину диаметра окружности $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$.
5. Найти уравнение окружности, если точки $A(3; -4)$ и $B(-5; 2)$ – концы одного из ее диаметров.
6. Составить уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если известно, что она расположена симметрично:
 - а) относительно оси Oy и проходит через точку $B(1; 1)$;
 - б) относительно оси Oy и проходит через точку $D(4; -8)$;
 - в) относительно оси Ox и ее фокус находится в точке $F(-2; 0)$.
7. Найти большую и малую полуоси эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ и координаты его фокусов.
8. Записать уравнение асимптот гиперболы $9x^2 - 4y^2 - 36 = 0$.
9. Составить уравнение окружности, которая касается оси Ox в начале координат и проходит через точку $A(0; -4)$.
10. Составить каноническое уравнение эллипса (рис.2.7) если известно:
 - а) $a = 10$, $c = 8$;
 - б) $c = 6$; $\varepsilon = 0,6$.
11. Составить каноническое уравнение гиперболы (рис.2.8) если гипербола проходит через точки $M_1(6; -1)$, $M_2(-8; 2\sqrt{2})$.
12. Построить графики функций: а) $y = -2(x-1)^2 + 1$; б) $y = x^2 + 4x + 2$.
13. Построить на плоскости фигуры, ограниченные линиями:
 - а) $y = x^2 + 2x$, $y = x + 2$;
 - б) $y = -\sqrt{3-x^2}$, $y = 0$;
 - в) $x^2 - y^2 = 1$, $x = 3$.

Домашнее задание

14. Найти координаты центра и радиус окружности $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$.
15. Найти уравнение прямой, соединяющей центры окружностей $x^2 + y^2 = 8x$ и $x^2 + y^2 = 6y$.
16. Составить каноническое уравнение эллипса (рис.2.7), если известно:

а) эллипс проходит через точки $M_1(4; -\sqrt{3})$, $M_2(2\sqrt{3}; 3)$;

б) точка $M(\sqrt{15}; -1)$ эллипса, $c = 4$.

17. Составить каноническое уравнение гиперболы (рис.2.8), если известно: а)

$c = 10, b = 4$; б) $c = 6; \varepsilon = \frac{3}{2}$.

18. Составить уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если известно, что она расположена симметрично:

а) относительно оси Ox и проходит через точку $A(9; 6)$;

б) относительно оси Ox и проходит через точку $C(-1; 3)$.

Дополнительные задачи для самостоятельной работы

19. Составить каноническое уравнение гиперболы (рис.2.8), если известно:

а) точка $M(-2; -1)$ гиперболы и уравнения асимптот $y = \pm \frac{2}{3}x$;

б) точка $M(-5; 3)$ гиперболы и $\varepsilon = \sqrt{2}$;

в) фокусы гиперболы совпадают с фокусами эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$, а эксцентриситет $\varepsilon = 2$.

20. Найти точки пересечения окружности $(x-8)^2 + (y+2)^2 = 50$ и прямой $x + y = 0$.

21. Найти уравнение, которое задает геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от центров окружностей

$(x-8)^2 + (y-12)^2 = 25$ и $(x-6)^2 + (y-8)^2 = 16$.