

## Точечные и интервальные оценки

### Задачи

1. Определить медиану вариационного ряда:  
а) 5, 7, 9, 12, 12, 15, 16, 17, 18, 19, 21      б) 12, 13, 14, 16, 17, 19.
2. Определить моду вариационного ряда 2, 4, 5, 7, 7, 7, 9, 9, 11, 12.
3. Проведено пять измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 4,5; 5,2; 6,1; 7,8; 8,3. Найти несмещенную оценку математического ожидания.
4. Проведено пять измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 2,1; 2,3;  $x_3$ ; 2,7; 2,9. Несмещенная оценка математического ожидания равна 2,48. Найти значение  $x_3$ .
5. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 10$ . Найти выборочную дисперсию, несмещенную оценку дисперсии и выборочное среднее квадратическое отклонение по данным статистического ряда:

$X$	10	11	12	13
$m_i$	2	3	4	1

6. По выборке объема  $n = 31$  найдена выборочная дисперсия  $D_B = 6$ . Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.
7. Дан доверительный интервал для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины: а) (32,06; 41,18);  
б) (18,44; 19,36). Найти точечную оценку математического ожидания.
8. Точечная оценка математического ожидания нормально распределенной случайной величины равна 12,04. Найти его интервальную оценку с точностью 1,66.
9. Дан доверительный интервал (12,44; 14,68) для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины. Найти точность этой оценки.
10. Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 8; 9;  $x_3$ ; 12. Выборочная средняя  $\bar{x}_B = 10$ .  
Найти выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение.
11. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данным статистического ряда

$X$	256	260	262	265	270
$m_i$	2	3	10	4	1

12. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания  $a$  нормально распределенной генеральной совокупности, если  $\sigma = 5$ ,  $\bar{x}_B = 12,2$  и  $n = 25$ .

13. По данным 16 независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдены  $\bar{x}_B = 32,4$  и  $s = 8$ . Оценить истинное значение измеряемой величины с помощью доверительного интервала с надежностью  $\gamma = 0,99$ . Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.

14. Генеральная совокупность распределена нормально и ее среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 1,4$ . Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,975 точность оценки  $\delta$  математического ожидания  $a$  генеральной совокупности по выборочной средней равна 0,5.

15. На телефонной станции производились наблюдения за числом неправильных соединений в минуту. Наблюдения в течение часа дали следующие результаты:

3, 1, 3, 4, 2, 1, 1, 3, 2, 7, 2, 0, 1, 2, 1,  
 2, 4, 0, 3, 0, 2, 0, 1, 3, 3, 1, 2, 0, 3, 4,  
 2, 0, 2, 1, 4, 3, 4, 2, 0, 2, 3, 1, 1, 2, 2,  
 3, 1, 4, 2, 2, 1, 2, 5, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 5.

Оценить среднее значение и дисперсию числа неправильных соединений.

16. На основании данных о динамике импорта рыбных товаров Россией

Годы	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Рыба свежая и охлажденная	6,2	13,9	32,4	72,2	131,09	150,2	170,5

в 2001–2007 годах (в млн. долл.) оценить среднегодовой объем импорта рыбных товаров и среднее квадратическое отклонение.

17. Имеются данные о распределении городского населения по затратам на ежемесячную оплату электроэнергии:

Размер оплаты, руб.	Менее 100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	Более 600
Удельный вес в общей численности населения, %	12	29	25	15	11	6	2

Оценить среднемесячные затраты городского населения на оплату электроэнергии и среднеквадратическое отклонение.

18. Произведено 16 измерений начальной скорости снаряда. Результаты измерений (в м/с) следующие: 1235,6; 1237,5; 1232,9; 1236,2; 1238,5; 1234,2; 1235,9; 1233,3; 1234,5; 1236,8; 1237,6; 1233,1; 1234,3; 1237,5; 1235,4; 1234,7. Найти а) оценки математического ожидания и дисперсии начальной скорости снаряда; б) доверительный интервал для математического ожидания начальной скорости с надежностью 0,95.

19. С целью определения среднего трудового стажа на предприятии методом случайной повторной выборки проведено обследование трудового стажа рабочих. Из всего коллектива рабочих завода случайным образом выбрано

400 рабочих, данные о трудовом стаже которых и составили выборку. Средний по выборке стаж оказался равным 9,4 года. Считая, что трудовой стаж рабочих имеет нормальный закон распределения, определить с вероятностью 0,975 границы, в которых окажется средний трудовой стаж для всего коллектива, если известно, что  $\sigma = 1,7$  года.

### Домашнее задание

**20.** Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 20$ . Найти несмещенную оценку математического ожидания по данным статистического ряда:

$X$	2	4	5	6	9
$m_i$	7	2	1	5	5

**21.** По выборке объема  $n = 10$  найдена выборочная дисперсия  $D_B = 3,6$ . Найти исправленное среднее квадратическое отклонение.

**22.** В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 15; 18; 21; 24. Найти  $\bar{x}_B$ ,  $D_B$  и  $s^2$ .

**23.** Найти исправленную выборочную дисперсию по данным статистического ряда:

$X$	235	261	282	304
$m_i$	2	3	4	1

**24.** Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,999 неизвестного математического ожидания  $a$  нормально распределенной случайной величины  $X$ , если  $\sigma = 8$ ,  $\bar{x}_B = 28,7$  и  $n = 16$ .

**25.** По данным 9 независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдены  $\bar{x}_B = 41,94$  и  $s = 10$ . Оценить истинное значение измеряемой величины с помощью доверительного интервала с надежностью  $\gamma = 0,95$ . Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.

**26.** Генеральная совокупность распределена нормально и ее среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 1,6$ . Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью  $\gamma = 0,989$  точность оценки  $\delta$  математического ожидания  $a$  генеральной совокупности по выборочной средней равна 0,4.

**27.** Имеются данные ежедневных измерений температуры в течение месяца: 15,3; 16,5; 15,8; 14,7; 13,9; 12,2; 12,6; 12,8; 12,3; 14,5;

14,2; 16,7; 15,4; 16,9; 17,1; 16,6; 13,7; 13,4; 14,3; 18,1;

17,4; 17,7; 18,5; 17,9; 19,4; 20,4; 21,2; 19,8; 19,2; 20,5.

Оценить среднее значение температуры за месяц и среднее квадратическое отклонение.

**28.** Оценить среднее значение, среднее квадратическое отклонение для данных о дневной выручке в магазине электроники:

Выручка, у.е.	Менее 100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	Более 600
---------------	-----------	---------	---------	---------	---------	---------	-----------

Число дней	3	5	9	14	8	4	2
------------	---	---	---	----	---	---	---