

Нормальное распределение

Задачи

1. Функция $f(x) = \frac{k}{\sqrt{\pi}} e^{\frac{-2x^2-x}{8}}$ является плотностью вероятности нормально распределенной непрерывной случайной величины X . Найдите значения: $k; M(X); D(X)$.
2. Случайная величина X имеет нормальное распределение, причем $M(X) = 0; \sigma(X) = 1$. Найти плотность распределения вероятностей $f(x)$.
Что больше $p_1 = P(-0,5 \leq X \leq -0,1)$ или $p_2 = P(1 \leq X \leq 2)$?
3. Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 3, \sigma = 2$. Найти: а) $P\{2 < X < 3\}$; б) $P\{|X - 3| < 0,1\}$.
4. Длина X некоторой детали представляет собой случайную величину, распределённую по нормальному закону распределения, и имеет среднее значение 20 мм и среднее квадратическое отклонение – 0,2 мм. Найти: а) вероятность того, что длина детали будет заключена между 19,8 и 20,1мм; б) вероятность того, что величина отклонения не превышает 0,1мм; в) какой процент составляют детали, отклонение которых от среднего значения не превышает 0,1 мм; г) каким должно быть задано отклонение, чтобы процент деталей, отклонение которых от среднего не превышало заданного повысился до 60%; д) интервал, симметричный относительно среднего значения, в котором будет находиться X с вероятностью 0,95.
5. На станке изготавливаются втулки. Длина втулки X –случайная величина, распределенная нормально с параметрами $a = M(X) = 20$ см, $\sigma^2 = D(X) = 0,04$ см². Найти интервал симметричный относительно математического ожидания, в котором с вероятностью 0,98 будут заключены длины изготовленных втулок.
6. В результате проверки точности работы прибора установлено, что 80% ошибок не вышло за пределы ± 20 мм, а остальные ошибки вышли за эти пределы. Определить среднее квадратичное отклонение ошибок прибора, если известно, что систематических ошибок прибор не дает, а случайные ошибки распределены по нормальному закону.
7. Коробки с конфетами упаковываются автоматически со средней массой 540 г. Полагая, что средняя масса коробок распределена по нормальному закону со средним квадратическим отклонением 30 г, найти: а) в какой интер-

вал, симметричный относительно математического ожидания, укладываются 88 % коробок; б) какой процент коробок имеет массу в пределах от 500 до 540 г.

8. Случайные величины X и Y независимы, причем X распределена нормально с параметрами $a = M(X) = 1$; $\sigma = \sigma(X) = 2$, а Y равномерно распределена на отрезке $[0; 2]$. Найти $M(X + 2Y)$, $D(X \pm 2Y)$.

9. Автомат штампует детали. Контролируется длина детали X , которая распределена по нормальному закону с математическим ожиданием (проектная длина) $a = 125$ мм. Фактическая длина изготовленных деталей $122,4 < X < 127,6$ мм. Найти вероятность того, что длина наудачу взятой детали меньше 123,4 мм. Какое отклонение длины детали от " a " можно гарантировать с вероятностью 0,98?

Домашняя работа

10. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X , если ее плотность распределения вероятностей имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2+6x+9}{18}}.$$

11. Найти вероятность попадания в заданный интервал (5;14) нормально распределённой случайной величины X , если известны её математическое ожидание $a = 10$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 5$.

12. Цех выпускает детали, причём контролируется их диаметр X . Считая, что X – нормально распределённая случайная величина с математическим ожиданием $a = M(X) = 5$ см и дисперсией $D(X) = 4$ см², найти вероятность того, что диаметр наудачу взятой детали составляет от 2 до 10 см.

13. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических (одного знака) ошибок. Случайные ошибки взвешивания подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 25$ г. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 20 г.

14. Автомат штампует детали. Контролируется длина детали X , которая распределена по нормальному закону с параметрами $a = 145$ мм, $\sigma = 1$ мм. Найти вероятность того, что длина наудачу взятой детали будет больше 143,5 мм и меньше 146 мм. Какое отклонение длины детали от " a " можно гарантировать с вероятностью 0,94? В каких пределах с вероятностью 0,9973 будут заключены длины деталей?

Дополнительные задачи для самостоятельной работы

21. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Найти $P(0 < X < 10)$, если $M(X) = 10$ и $P(10 < X < 20) = 0,3$.

22. Станок-автомат штампует валики, контролируя их диаметр X . Считая X нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием $M(X) = 10$ мм и средним квадратическим отклонением $\sigma(X) = 0,1$ мм, найти интервал, в котором с вероятностью 0,9973 будут заключены диаметры изготовленных валиков.

23. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Плотность распределения вероятностей данной случайной величины имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{18}}. \text{ Найти } M(2X), D(2X-1).$$

24. На станке изготавливается деталь. Ее длина X случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами $a = 25$ см, $\sigma = 2$ см. Найти вероятность того, что длина детали будет заключена между 24 см и 27 см. Какое отклонение длины детали от " a " можно гарантировать с вероятностью а) 0,9; б) 0,99? В каких пределах будут лежать практически все размеры детали?