

Некоторые стандартные законы распределения

Задачи

1. Найти закон распределения дискретной случайной величины X – количества выпадений герба при трех подбрасываниях монеты и найти $P(X \leq 2)$.
2. Вероятность того, что изделие окажется бракованным, равна 0,02. Производится выборка 120 изделий. Записать закон распределения числа бракованных изделий в выборке.
3. Стрелок попадает в мишень с вероятностью $p = 0,6$. Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины X – количества попаданий в мишень при десяти выстрелах.
4. Дискретная случайная величина X имеет распределение Пуассона:
$$P(X = k) = \frac{1}{e k!}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$
 Указать математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.
5. В приборе имеется 20 одинаковых деталей, вероятность безотказной работы каждой из которых за промежуток времени t равна $p = 0,9$. Определить математическое ожидание и дисперсию числа деталей, вышедших из строя за время t .
6. Вероятность попадания при одном выстреле $p = 0,2$. Определить расход снарядов, обеспечивающий в среднем 5 попаданий.
7. Среднее количество вызовов, регистрируемых у оператора сотовой связи, в течение одной минуты равно 5. Предполагая, что дискретная случайная величина – число вызовов распределена по закону Пуассона, найти вероятность того, что в течение одной минуты оператор сотовой связи зафиксирует хотя бы один вызов.
8. Найти закон распределения дискретной случайной величины, если известно, что она имеет распределение Пуассона и ее математическое ожидание в 10 раз больше среднего квадратического отклонения.
9. Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[-2; 6]$. Найти вероятность $P(-5 \leq X \leq 5)$.
10. Функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины

$$X \text{ имеет вид: } F(x) = \begin{cases} 0; & x \leq 1; \\ 3x - 3; & 1 < x \leq b; \\ 1; & x > b. \end{cases} \quad \text{Найти число } b.$$

11. Непрерывная случайная величина X имеет плотность вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ c, & 2 \leq x \leq 7. \\ 0, & x > 7 \end{cases}$$

Найти ее дисперсию $D(X)$.

12. Функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0; & x \leq 0; \\ x/8; & 0 < x \leq 8; \\ 1; & x > 8. \end{cases}$$

Найти дисперсию $D(X)$.

13. Случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[a; b]$,

причем $M(X) = 8$; $D(X) = \frac{1}{3}$. Найти плотность распределения вероятностей $f(x)$.

14. Непрерывная случайная величина X имеет показательный закон распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0; & x \leq 0; \\ 1 - e^{-x}; & x > 0. \end{cases}$$

При этом $P(-10 \leq X \leq b) = \frac{1}{2}$. Найти число b .

15. Время безотказной работы элемента имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,02$. Найти вероятность того, что за время $t = 100$ ч: а) элемент откажет; б) элемент не откажет.

Домашнее задание

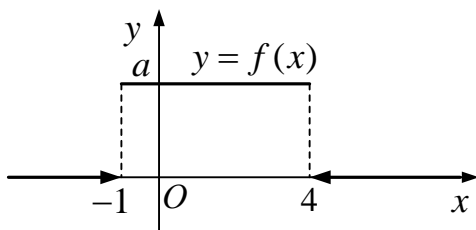
16. Два равносильных шахматиста играют матч из 8 результативных партий (ничья во внимание не принимается). СВ X – число побед первого шахматиста.

Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

17. Найти параметры n и p биномиального распределения случайной величины X , если известны математическое ожидание $M(X) = 12$ и дисперсия $D(X) = 6$.

18. Для дискретной случайной величины X , имеющей распределение Пуассона, известно, что $P(X = 2) = \frac{4,5}{e^3}$. Найти $P(X = 4)$.

19. График плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины X имеет вид:



Найти значение a .

20. Непрерывная случайная величина X имеет интегральную функцию

$$\text{распределения } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{4}, & 0 < x \leq b. \\ 1, & x > b \end{cases}$$

Найти ее дисперсию $D(X)$.

21. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины X , распределенной по показательному закону имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0; & x \leq 0; \\ 2e^{-2x}; & x > 0. \end{cases}$$

Найти ее функцию распределения вероятностей $F(x)$.

Дополнительные задачи для самостоятельной работы

22. Вероятность попадания стрелком в мишень равна 0,7. Стрелок произвёл 12 независимых выстрелов без поправок. Случайная величина X – число попаданий в мишень. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

23. Микропроцессор имеет 10000 транзисторов, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что транзистор выйдет из строя во время работы

прибора, является величиной маловероятной и составляет 0,0007. Определить математическое ожидание $M(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$ случайной величины X – числа транзисторов, которые выйдут из строя во время работы процессора.

24. Автобусы ходят по расписанию с интервалом 4 минуты. Считая, что случайная величина X – время ожидания автобуса на остановке – распределена равномерно на указанном интервале, найти среднее время ожидания и дисперсию времени ожидания.

25. Найти среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$ равномерно распределенной на отрезке $[-4; 6]$ случайной величины X .

26. Непрерывная случайная величина X имеет показательный закон распределения с параметром $\lambda = \frac{1}{2}$. Найти $M(2X + 3)$, $D(2X + 3)$.