

Занятие 6. Векторное и смешанное произведения векторов

Задачи

1. Найти $|\vec{a} \times \vec{b}|$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\vec{a} \perp \vec{b}$.
2. Найти $\vec{a} \times \vec{b}$, если $\vec{a}(-1; 2; 3)$; $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$.
3. Найти хотя бы один вектор, перпендикулярный векторам $\vec{a}(1; -3; 4)$; $\vec{b} = 5\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$.
4. Найти смешанное произведение векторов $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$, если $\vec{a}(1; 2; 1)$, $\vec{b}(-3; -4; 2)$, $\vec{c}(0; 1; 2)$.
5. Являются ли компланарными векторы $\vec{a}(1; 4; 3)$; $\vec{b}(0; 1; 2)$; $\vec{c}(-1; 2; 3)$?
6. Какую тройку (правую, левую) образуют векторы $\vec{a}(2; 3; 1)$, $\vec{b}(1; -1; 3)$, $\vec{c}(-1; 5; 0)$?
7. Найти $\left|(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b})\right|$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $(\vec{a}; \vec{b}) = 120^\circ$.
8. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}(2; -2; 1)$, $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$.
9. Найти площадь треугольника с вершинами $A(1; 1; 1)$, $B(2; 3; 4)$, $C(4; 3; 2)$ и его высоту, проведенную из вершины A .
10. Найти величину и направляющие косинусы момента силы $\vec{F}(1; -4; 2)$, приложенной к точке $C(2; 1; 1)$ относительно точки $D(1; 3; -1)$.
11. Найти объем треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(0; 1; 2)$, $B(1; 2; 2)$, $C(-1; 2; 2)$, $D(1; -1; 3)$ и ее высоту, опущенную на основание ABC .
12. Доказать, что точки $A(1; 2; -1)$, $B(0; 1; 5)$, $C(-1; 2; 1)$, $D(2; 1; 3)$ лежат в одной плоскости.

Домашнее задание

13. Даны векторы $\vec{a}(2; 1; -1)$, $\vec{b}(3; 0; 1)$. Найти $(\vec{b} - \vec{a}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$.
14. Какую тройку (правую, левую) образуют векторы $\vec{a}(1; -1; 0)$, $\vec{b}(1; 0; 6)$, $\vec{c}(3; -2; 5)$.
15. Лежат ли точки $A(-2; -13; 3)$, $B(1; 4; 1)$, $C(-1; -1; -4)$,

$D(0; 0; 0)$ в одной плоскости?

16. Вычислить объем треугольной пирамиды с вершинами $A(0; 0; 1)$, $B(2; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$ и $D(3; 7; 2)$ и ее высоту, проведенную из вершины D .

17. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(2; -3; 1)$, $B(4; 0; 1)$, $C(10; 3; 3)$.

18. При каком значении l векторы $\vec{a}(2; 2; 0)$, $\vec{b}(-1; 0; 1)$ и $\vec{c}(0; l; -5)$ будут компланарными?

Дополнительные задачи для самостоятельной работы

19. При каком значении l выполняется равенство $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \vec{a}\cdot\vec{c}$, если $\vec{a}(2; -1; l)$; $\vec{b}(1; 3; -3)$ и $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

20. При каком значении t точки $A(1; 2; 3)$, $B(0; 1; -1)$, $C(t; 3; 1)$, $D(t; 1; 1)$ лежат в одной плоскости?

21. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}(4; 2; 3)$, $\vec{b}(1; 3; 1)$, $\vec{c}(1; 3; 7)$.

22. Образуют ли базис векторы $\vec{a}(2; 3; 0)$; $\vec{b}(1; -1; 3)$; $\vec{c}(1; -1; 5)$?