

## Формулы полной вероятности и Байеса

### Задачи

1. В компьютерном тренировочном тесте случайным образом появляются задачи трех типов: А, В, С. Вероятность появления этих задач соответственно равны 0,2; 0,5; 0,3. Студент может решить задачу соответствующего типа с вероятностями: 0,8; 0,2; 0,4. Найти вероятность того, что студент решит появившуюся задачу
2. В ящике содержатся 20 деталей, изготовленных на заводе №1, 30 деталей – на заводе №2 и 50 деталей – на заводе №3. Вероятность того, что деталь отличного качества для завода №1 равна 0,8, для завода №2 – 0,7, а для завода №3 – 0,9. Найти вероятность того, что наудачу извлечённая из ящика деталь окажется отличного качества.
3. Банк выдает 44% всех кредитов юридическим лицам, а 56% - физическим лицам. Вероятность того, что юридическое лицо не погасит в срок кредит, равна 0,2; а для физического лица эта вероятность составляет 0,1. Найти вероятность того, что очередной кредит будет погашен в срок.
4. Имеется два одинаковых ящика с шарами. В первом ящике 2 белых и 1 черный шар, во втором – 1 белый и 4 черных шара. Наудачу выбирают один ящик и вынимают из него шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется белым?
5. На предприятии работает 10 рабочих шестого разряда, 15 рабочих пятого разряда и 5 рабочих четвертого разряда. Причем все они имеют одинаковую производительность. Вероятность того, что изделие, изготовленное рабочим соответствующего разряда, будет одобрено ОТК, соответственно равна 0,95; 0,9 и 0,8. Найти вероятность того, что произвольно взятое изделие будет одобрено ОТК.
6. Из трамвайного парка в случайном порядке выходят 4 трамвая маршрута №1 и 8 трамваев маршрута №2. Найти вероятность того, что второй по порядку вышедший трамвай был первого маршрута.
7. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятности попадания в цель первого и второго стрелков соответственно равны 0,7 и 0,8. Перед выстрелом они бросают симметричную монету для определения очередности. При первом выстреле мишень была поражена. Найти вероятность того, что стрелял первый стрелок.
8. В двух цехах изготавливается однотипная продукция. Производительность 1-го цеха вдвое выше, чем производительность 2-го цеха. Изделия высшего качества составляют в среднем для первого цеха 95% от выпускаемой им продукции, для 2-го цеха - 90%. Из общей продукции этих цехов наугад взятое изделие оказалось не высшего качества. Какова вероятность того, что оно изготовлено во 2-ом цехе?
9. В ящике 5 белых и 7 черных шаров. Наудачу извлекается шар. Он возвращается обратно и, кроме того, добавляется три шара одного с ним

цвета. Снова наудачу извлекается шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.

**10.** Имеется две урны: в первой 3 белых и 2 черных шара, во второй 4 белых и 4 черных. Из первой во вторую перекладывают, не глядя, два шара. После этого из второй урны взятый шар оказался белым. Найти вероятность того, что переложили два шара одного цвета.

**11.** Есть 10 монет: 8 обычных, а на двух «герб» находится с обеих сторон. Наудачу взятая монета бросается три раза. Найти вероятность того, что выпадут три «герба».

**12.** Из полного набора костей домино последовательно наудачу выбирают две кости. Найдите вероятность того, что, следуя обычным правилам игры, вторую извлеченную кость можно приставить к первой.

**13.** В ящике первоначально находилось 6 синих и 4 красных кубика. Один кубик потерян, и цвет его не известен. Из ящика извлечены 2 кубика, и оба оказались красными. Найдите вероятность того, что был потерян тоже красный.

**14.** На экзамен пришли 10 студентов. Трое из них подготовлено отлично, четверо – хорошо, двое – удовлетворительно, один – плохо. В программе имеется 20 экзаменационных вопросов. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов, хорошо подготовленный – на 16, удовлетворительно – на 10, плохо – на 5. Студент, сдавший экзамен, ответил на все три заданных вопроса. Найти вероятность того, что этот студент подготовлен: а) отлично; б) плохо.

### Домашнее задание

**15.** Сборщик получил 3 коробки деталей, изготовленных заводом №1 и 2 коробки деталей, изготовленных заводом №2. Вероятность того, что деталь завода №1 стандартна, равна 0,8, а завода №2 – 0,9. Сборщик наудачу извлекает деталь из случайно взятой коробки. Найдите вероятность того, что извлеченная деталь оказалась стандартной.

**16.** Имеется пять урн. В двух из них лежит по одному белому и трем черным шарам, а в трех урнах – по два белых и два черных шара. Наугад выбирается некоторая урна и из нее вынимается шар. Найти вероятность того, что шар окажется белым.

**17.** В красном ящике 12 черных и 6 белых шаров, в синем ящике – 15 черных и 10 белых. Бросается игральная кость. Если число выпавших очков кратно трем, то наудачу вынимают шар из красного ящика, если число выпавших очков не кратно трем, то наудачу вынимают шар из синего ящика. Найдите вероятность того, что вынули белый шар.

**18.** Для некоторой местности статистикой установлено, что в апреле в среднем бывает 12 дождливых дней, в мае – 8, а в июне – 4. Найти вероятность того, что наудачу взятый день в период с 10 апреля по 10 июня (включительно) будет дождливым.

**19.** Программа по некоторой дисциплине состоит из трех тем. Студент знает ответы на все вопросы темы I; на 80% вопросов темы II и на половину вопросов темы III. Студент сдаст зачет, если ответит на 2 вопроса, заданных из наудачу взятых разных тем. Найти вероятность того, что данный студент сдаст зачет с первой попытки.

**20.** В первой коробке 7 белых и 3 черных шара, во второй коробке 8 белых и 4 черных шара, в третьей коробке 2 белых и 13 черных шаров. Шар, взятый наудачу из случайно выбранной коробки, оказался белым. Найдите вероятность того, что шар взяли из второй коробки.

**21.** В ящике лежит 20 теннисных мячей, в том числе 12 новых и 8 игранных. Из ящика наугад извлекают два мяча для игры. После игры мячи возвращают обратно в ящик. После этого из ящика вынимают еще два мяча для следующей игры. Оба мяча оказались новыми. Найти вероятность того, что первый раз тоже играли новыми мячами.

**22.** На стендовой стрельбе перед стрелком в случайном порядке взлетят: одна мишень типа А, две – типа В и три – типа С. Стрелок попадает в летящую мишень в зависимости от ее типа соответственно с вероятностями: 0,8; 0,5 и 0,3. а) Найти вероятность того, что стрелок попадет в первую появившуюся мишень. б) Стрелок попал в мишень. Найти вероятность того, что это была мишень типа А.

### **Дополнительные задачи для самостоятельной работы**

**23.** Два производственных участка по выпуску однотипной продукции за смену выдали одинаковое количество изделий. Возможный процент брака на первом участке составляет 5%, на втором – 4%. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь, из числа поступивших на склад, бракованная.

**24.** На сборку поступают детали с трех автоматов. Первый дает 0,2% брака, второй – 0,1% брака, а продукция, поступающая с третьего автомата, не содержит бракованных изделий. На сборку поступило 2000 деталей с первого автомата, 3000 деталей – со второго и 5000 – с третьего. Найдите вероятность того, что деталь, взятая наудачу из всех этих деталей, будет бракованной.

**25.** Радиодеталь представляет собой последовательно соединенные три резистора  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и считается годной, если все они не бракованные. На сборку поступило с завода «Маяк» 4 коробки резисторов  $R_1$  и 1 коробка резисторов  $R_3$ , а с завода «Луч» – 3 коробки резисторов  $R_2$  и 2 коробки резисторов  $R_3$ . Найти вероятность того, что из наудачу взятых из этих коробок трех резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  получится годная радиодеталь, если известно, что продукция завода «Маяк» имеет 5% брака, а завода «Луч» – 10% брака.

**26.** Из коробки, содержащей 3 белых и 2 черных шара, потеряли 2 шара неизвестного цвета. Найдите вероятность того, что шар, извлеченный из коробки после потери, окажется черным.

**27.** В первой коробке содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй – 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой коробки наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взят один шар. Найдите вероятность того, что взят белый шар.

**28.** Известно, что 5% мужчин и 0,25% женщин – дальтоники. Найти вероятность того, что:

а) наугад выбранный человек – дальтоник (предполагается, что мужчин и женщин одинаковое число);

б) наугад выбранный человек – мужчина, если известно, что выбранный человек страдает дальтонизмом.

**29.** Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью 0,7; 4 – с вероятностью 0,6 и 2 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот стрелок?

**30.** В футбольной команде есть два пенальтиста Иван и Роман. Вероятность забивания гола с пенальти для Ивана равна 0,9; а для Романа – 0,7. В каждом случае пенальтист выбирается по жребию с помощью монеты. Гол с пенальти забит. Найти вероятность того, что удар по воротам исполнил Иван.