

Алгебра событий. Теоремы умножения и сложения вероятностей

Задачи

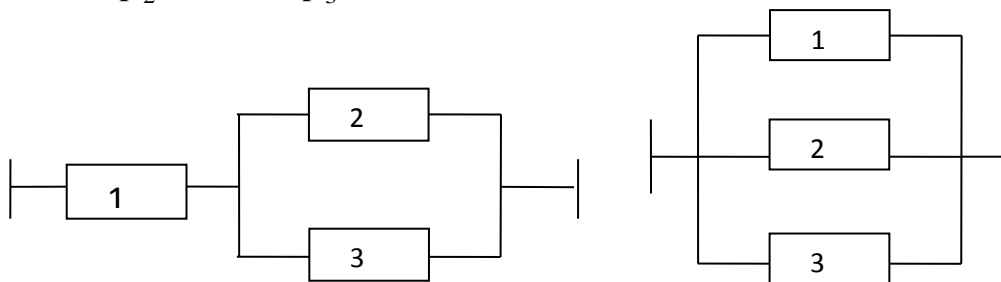
1. Три стрелка стреляют в мишень. Событие A – первый стрелок попал в мишень, событие B – второй стрелок попал в мишень, событие C – третий стрелок попал в мишень. Записать события, состоящие в том, что из событий A, B, C произошли (произошло):
 - а) только A ;
 - б) A и B , и не произошло C ;
 - в) все три события;
 - г) хотя бы одно событие;
 - д) хотя бы два события;
 - е) одно и только одно событие;
 - ж) два и только два события;
 - з) не более двух событий;
 - и) не произошло ни одно событие.
2. Бросили монету и игральную кость. Определить, зависимы или независимы события: A – «выпал герб»; B – «выпало четное число очков».
3. Брошены последовательно три монеты. Определить, зависимы или независимы события: A – «выпадение герба на первой монете»; B – «выпадение хотя бы одной решки».
4. Игральную кость подбросили 1 раз. Рассмотрим события:
 E – «выпало 4 очка»; F – «выпало четное число очков».
Будут ли события E и F несовместными?
5. Из колоды 36 карт извлекается одна карта. Событие Π – появилась карта пиковой масти; событие Δ – появилась дама. Описать события $\Pi + \Delta$, $\Pi \Delta$, и найти вероятности этих событий.
6. В барабане револьвера 7 гнезд и вставлено 5 патронов. Дважды барабан наугад прокручивается, и каждый раз нажимается курок. Какова вероятность, что выстрела не будет?
7. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7; для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадут: а) оба стрелка; б) хотя бы один из стрелков.
8. В урне 10 белых и 5 черных шаров. Из урны вынули два шара. Какова вероятность, что они одного цвета?
9. Буквы У, У, Ж, М, К, А, М написаны на отдельных карточках. Найти вероятность того, что выбранные последовательно наугад 3 буквы составят слово а) «ЖУК»; б) «МУЖ».
10. Два игрока поочередно бросают монету. Каждый делает не более двух подбрасываний. Выигрывает тот, у кого раньше появится «герб». Найти вероятность выигрыша для 2-го игрока.
11. Пусть вы забыли последнюю цифру нужного вам номера телефона и набираете ее наудачу. Какова вероятность того, что вам придется сделать не более двух вызовов?
12. Среди 25 экзаменационных билетов имеется 5 «счастливых» и 20 «несчастливых». Студенты подходят за билетами один за другим по очереди. У кого больше вероятность вытащить счастливый билет: у того, кто подошел за билетами первым – P_1 , или у того, кто подошел вторым – P_2 ?

13. В команде КВН университета 5 студентов химиков, 6 – строителей, 4 – энергетика и 4 студента механического факультета. Для участия в конкурсе случайным образом были отобраны 6 студентов. Какова вероятность, что среди выбранных окажется хотя бы один энергетик.

14. В одном ящике 5 белых и 10 красных шаров, в другом ящике 10 белых и 5 красных шаров. Из каждого ящика извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что хотя бы из одного ящика будет извлечен белый шар.

15. Деталь последовательно изготавливается тремя автоматами. Первый автомат допускает 5% брака, второй – 3%, третий – 2%. Найти вероятность получения: а) годной детали; б) бракованной детали.

16. Даны схемы электропередачи, элементы которых образуют цепь с одним входом и одним выходом. Предполагается, что отказ любого элемента приводит к прерыванию передачи энергии в той ветви цепи, где находится данный элемент, и не приводит к отказу других элементов. Известна надежность (вероятность безотказной работы) элементов соответственно $p_1 = 0,9$; $p_2 = 0,85$; $p_3 = 0,95$. Найти надежность каждой из схем:



а)

б)

Домашнее задание

17. Для сигнализации о пожаре в комнате установлены два независимо действующих сигнализатора, один из которых срабатывает в случае пожара с вероятностью 0,95, а второй – с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что в случае пожара сработает хотя бы один сигнализатор.

18. Бросили две монеты. Событие E – «выпадение двух гербов», событие F – «выпадение двух решек». Будут ли E и F несовместными? Будут ли они противоположными? Найти $P(E + F)$.

19. Из трех орудий произвели залп по цели. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,8, для второго и третьего орудий эти вероятности соответственно равны 0,7 и 0,9. Найти вероятность того, что только один снаряд попал в цель.

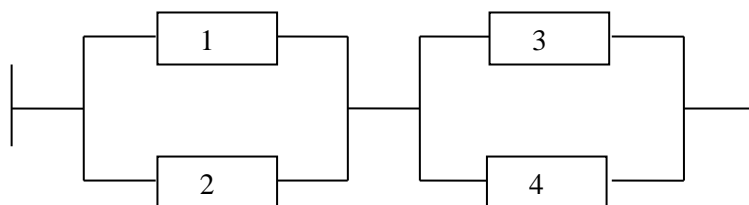
20. Два игрока поочередно бросают монету. Каждый делает не более двух подбрасываний. Выигрывает тот, у кого раньше появится «герб». Найти вероятность выигрыша для 1-го игрока.

21. В коробке 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик наудачу достает три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

22. Каждая буква слова «БАКАЛАВР» выписана на отдельной карточке. Карточки тщательно перемешаны. Поочередно извлекают пять карточек и выкладывают в ряд. Найти вероятность того, что получится слово «ЛАВКА».
23. В электрическую цепь параллельно включены два элемента, работающие независимо друг от друга. Вероятности отказов элементов равны соответственно 0,1 и 0,3. Найти вероятность того, что цепь проводит ток.

Дополнительные задачи для самостоятельной работы

24. В круг радиуса R вписан квадрат. Чему равна вероятность того, что поставленные наудачу внутри круга две точки окажутся внутри квадрата?
25. Устройство содержит два независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов равны соответственно 0,05 и 0,08. Найти вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.
26. Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным 2 либо 5.
27. В ящике 10 красных и 6 синих пуговиц. Вынимаются наудачу две пуговицы. Какова вероятность того, что пуговицы будут одноцветными?
28. Три стрелка, попадающие в цель независимо друг от друга с вероятностями 0,5, 0,4 и 0,3 соответственно, выстрелили по мишени одновременно. Какова вероятность того, что в мишени:
- A - «не образовалось ни одной пробоины»;
 - B - «образовалась одна пробоина»;
 - C - «образовались две пробоины»;
 - D - «образовались три пробоины»;
 - E - «образовалась хотя бы одна пробоина»;
 - F - «образовалось не менее двух пробоин».
29. Дана схема передачи сигнала, элементы которой образуют цепь с одним входом и одним выходом. Предполагается, что отказ любого элемента приводит к прерыванию сигнала в той ветви цепи, где находится данный элемент, и не приводит к отказу других элементов. Известна надежность (вероятность безотказной работы) элементов соответственно $p_1 = 0,9$; $p_2 = 0,8$; $p_3 = 0,5$; $p_4 = 0,7$. Найти надежность схемы.



30. Бросают 4 игральные кости. Найти вероятность того, что на них выпадет по одинаковому числу очков.

31. Числа $1, 2, 3, \dots, 20$ написаны на листках бумаги, которые помещаются в коробку и тщательно перемешиваются. Из коробки наугад вынимается один листок. Какова вероятность того, что число на вынутом листке окажется либо простым, либо делящимся на три?

32. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при трех выстрелах равна $0,875$. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, если она одна и та же для каждого выстрела.

33. Сколько раз нужно бросить игральную кость, чтобы хотя бы один раз выпало шесть очков с вероятностью, большей а) $0,5$; б) $0,9$?

34. Из полной колоды карт (52 листа) вынимаются 4 карты. Найти вероятность того, что а) все они будут разных мастей, б) все они будут разных мастей при условии, что каждая карта после вынимания возвращается в колоду.