

Занятие № 35.

Длина дуги кривой. Объём тела вращения

Найти длину дуги кривой:

1. $y = 2\sqrt{(x-1)^3}$ от $x = 1$ до $x = 4$.
2. $x = 5 \cos t, y = 5 \sin t, \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{3}$.
3. $x = \frac{1}{3}t^3 - t, y = t^2 + 2, 0 \leq t \leq 3$.
4. $\rho = e^\varphi, \varphi \in [0; \pi]$.
5. $y = \ln(\cos x)$, заключённой между точками с абсциссами $x = 0$ и $x = \frac{\pi}{4}$.
6. $\rho = \varphi^2$ (первого витка спирали).
7. $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ (астроиды).

Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной заданными линиями:

8. $y = 2x - x^2, y = 0$.
9. $y = 2^x, y = 4, x = 0$.
10. $y = 4x - x^2, y = 2x$.
11. $y = (x-2)^2, y = 16$.

Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной заданными линиями:

12. $y^2 = 4 - x, x = 0$.
13. $x + y = 4, xy = 3$.
14. $y = x, xy = 1, x = 0, y = 4$.

Домашнее задание

Найти длину дуги кривой:

15. $y^2 = x^3$ от точки $O(0;0)$ до точки $C(4;8)$.
16. $x = e^t \cos t, y = e^t \sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.
17. $\rho = 8(1 - \cos \varphi), -\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq 0$.
18. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $xy = 1, x = 1, x = 2, y = 0$.

Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной линиями:

19. $y = x^3, y = 1, x = 0$.
20. $y = x^2 + 1, y = 3x - 1$.