

Занятие № 28.

Неопределенный интеграл

Найти первообразные функции:

1. $3x^5 - 4$. 2. $\frac{1}{\sqrt{7-x^2}}$. 3. $\frac{1}{\cos^2 5x}$.

4. Для функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ найти первообразную, график которой проходит через точку $A(0; 5)$.

5. Для функции $f(x) = \frac{3}{x^2 + 25}$ найти первообразную, график которой проходит через точку $A(5; \pi)$.

Найти интегралы, используя таблицу основных интегралов и свойства неопределенного интеграла:

6. $\int \left(x^2 + 3 + \frac{1}{x} \right) dx$. 7. $\int \left(\frac{3\sqrt{x^3 + 5}}{x^2} \right) dx$. 8. $\int (3 - 5x)^4 dx$.

9. $\int x(1 + x^2)^3 dx$. 10. $\int \frac{dx}{\sqrt{3-5x}}$. 11. $\int \sqrt{3x-1} dx$.

12. $\int \sqrt[3]{5-7x} dx$. 13. $\int e^{-3x} dx$. 14. $\int \sin \frac{x}{2} dx$.

15. $\int \frac{dx}{\sin^2 3x}$. 16. $\int x e^{x^2} dx$. 17. $\int \frac{e^x}{\sqrt{9+e^x}} dx$.

18. $\int \sin^2 x \cos x dx$. 19. $\int \cos^3 x \cdot \sin x dx$. 20. $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$.

21. $\int \frac{dx}{x-3}$. 22. $\int \frac{x dx}{25x^2 + 1}$. 23. $\int \frac{e^{2x}}{4 + e^{2x}} dx$.

24. $\int \frac{dx}{x(4 + \ln x)}$. 25. $\int \frac{\sin x dx}{1 + 3 \cos x}$. 26. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$.

27. $\int \frac{dx}{x^2 + 25}$. 28. $\int \frac{dx}{x^2 - 25}$. 29. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4}}$.

30. $\int \frac{dx}{\sqrt{25x^2 + 1}}$. 31. $\int \frac{e^x}{4 + e^{2x}} dx$. 32. $\int \frac{dx}{x(\ln^2 x - 4)}$.

33. $\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} dx$. 34. $\int \frac{x+1}{\sqrt{1-x^2}} dx$. 35. $\int \frac{x dx}{\sqrt{3-x^4}}$.

36. $\int \frac{dx}{(x+1)^2 + 9}$.

37. $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$.

38. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2x - 2}}$.

39. $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 2x - x^2}}$.

40. $\int \frac{dx}{x^2 - 8x + 12}$.

41. $\int \frac{dx}{9x^2 + 6x + 10}$.

Указание. В задачах 37-41 в квадратном трехчлене нужно выделить полный квадрат.

Домашнее задание

Найти первообразные функций:

42. $f(x) = \frac{3}{x^7}$.

43. $f(x) = \frac{2}{x^2 + 9}$.

44. Для функции $f(x) = \sqrt[4]{x} + 3$ найти первообразную, график которой проходит через точку $A(1; 7)$.

45. Для функции $f(x) = 3x^2 - 3^x$ найти первообразную, график которой проходит через точку $A\left(0; -\frac{1}{\ln 3}\right)$.

Используя таблицу и основные свойства неопределенного интеграла, найти интегралы:

46. $\int \frac{2x-1}{\sqrt[3]{x}} dx$.

47. $\int \frac{x^4 + x^2 - 6x}{x^3} dx$.

48. $\int \frac{dx}{\sqrt{3-x}}$.

49. $\int \frac{1}{2+x} dx$.

50. $\int \left(4 \sin x - \frac{11}{\cos^2 5x}\right) dx$.

51. $\int \cos \frac{x}{3} dx$.

52. $\int \left(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}\right) dx$.

53. $\int (9x+2)^4 dx$.

54. $\int 4^{3-5x} dx$.

55. $\int \frac{x}{1+4x^2} dx$.

56. $\int \frac{\cos x}{4+5 \sin x} dx$.

57. $\int \frac{1}{9-4x^2} dx$.

58. $\int \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} dx$.

59. $\int \frac{1}{x^2+8x+25} dx$.

60. $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}} dx$.

Дополнительные задачи для самостоятельной работы

61. $\int 3^x \cdot 7^x dx$.

62. $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 5}$.

63. $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{3 - \cos^2 x}} dx$.

64. $\int \sqrt{\frac{\arcsin^3 x}{1-x^2}} dx$.

65. $\int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$.

66. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$.

$$67. \int (\sin 3x + \cos 3x)^2 dx.$$

$$68. \int \sin^2 x dx.$$

$$69. \int \frac{5^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx.$$

$$70. \int \sin 2x \cdot \cos 3x dx.$$

$$71. \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

$$72. \int \frac{dx}{\sqrt{5-4x-x^2}}.$$