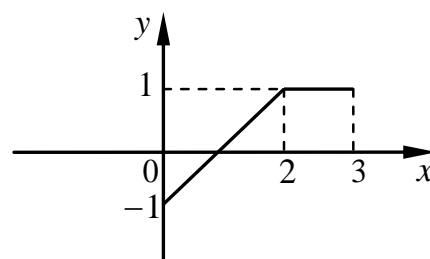


Ряды Фурье для четных и нечетных функций.

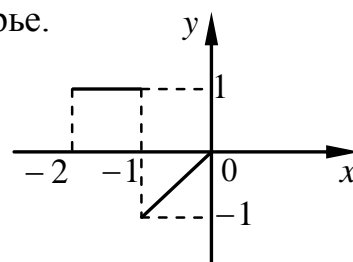
Разложение в ряд Фурье неперiodических функций

Задачи

1. Найти коэффициенты a_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) ряда Фурье в интервале $(-\pi; \pi)$ для функции $f(x) = x \cdot 2^{\sin^2 x}$.
2. Какие гармоники содержит ряд Фурье в интервале $(-5; 5)$ для функции $f(x) = |x| \cdot (x^2 - 5)$?
3. Найти коэффициенты a_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) ряда Фурье в интервале $(0; 4)$ для функции $f(x) = (x - 2)^3 + 3$.
4. Найти коэффициенты b_n ($n \in \mathbb{N}$) ряда Фурье в интервале $(-1; 3)$ для функции $f(x) = (x - 1)^2$.
5. Какие гармоники содержит ряд Фурье в интервале $(-4; 2)$ для функции $f(x) = \begin{cases} 5; & -4 \leq x \leq -1; \\ 0; & -1 < x \leq 2? \end{cases}$
6. Какие гармоники содержит ряд Фурье в интервале $(-1; 2)$ для функции $f(x) = x^2 \cdot \sin x$?
7. Разложить в ряд Фурье в интервале $(-2; 2)$ функцию $f(x) = 1 - |x|$.
8. Функцию $f(x) = -3$ в интервале $(0; 4)$ разложить в ряд Фурье по синусам.
9. Разложить в ряд Фурье в интервале $(3; 5)$ функцию $f(x) = \begin{cases} 1; & 3 \leq x \leq 4; \\ 0; & 4 < x \leq 5. \end{cases}$
10. Функция $y = f(x)$ (см. рис.) разложена в ряд Фурье по косинусам, сумма которого $S(x)$. Найти свободный член ряда и $S(5)$.



11. Разложить функцию $y = f(x)$ (см. рис.) в ряд Фурье по синусам. Найти $S(-1)$, $S(32,5)$, $S(26)$, где $S(x)$ - сумма ряда Фурье.



Домашнее задание

12. Функция $f(x) = \ln(2 + \cos x)$ разложена в ряд Фурье в интервале $(-3; 3)$.

Какие из коэффициентов ряда Фурье равны нулю?

13. Какие гармоники содержит ряд Фурье в интервале $(-\pi; \pi)$ для функции

$$f(x) = \sin\left(e^{x^2}\right) ?$$

14. Найти коэффициенты a_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) ряда Фурье в интервале $(-5; 0)$

для функции $f(x) = 2x + 6$.

15. Какие гармоники содержит ряд Фурье в интервале $(-1; 4)$ для функции

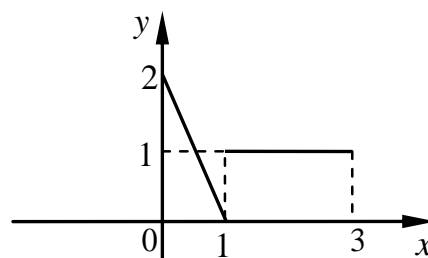
$$f(x) = (2x - 3)^2 ?$$

16. Функция $y = f(x)$ (см. рис.)

разложена в ряд Фурье по синусам.

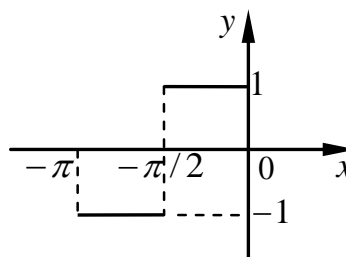
$S(x)$ - сумма ряда Фурье. Найти

свободный член ряда, $S(0)$ и $S(10)$.



17. Разложить функцию $y = f(x)$ (см. рис.) в ряд Фурье по косинусам. Найти

$S(1)$, $S(8,75\pi)$, $S(-10,5\pi)$, где $S(x)$ - сумма ряда Фурье.



18. Какие гармоники содержит ряд Фурье в интервале $(0; 3)$ для функции

$$f(x) = \begin{cases} 1; & 0 \leq x \leq 1; \\ (x-1)^2; & 1 < x \leq 3? \end{cases}$$

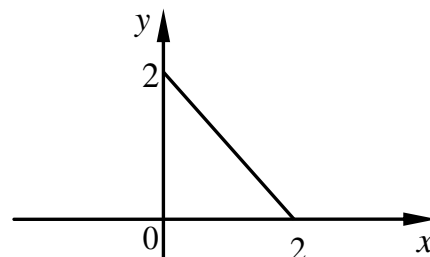
Как следует дополнить функцию $f(x)$ на промежуток $(-3; 0)$, чтобы ее ряд

Фурье содержал: а) только косинусы;

б) только синусы?

19. Разложить функцию $y = f(x)$ (см.

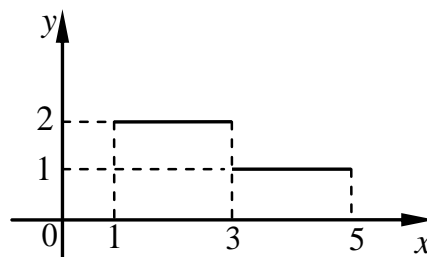
рис.) в ряд Фурье по синусам.



Дополнительные задачи

20. Разложить функцию $y = f(x)$

(см. рис.) в ряд Фурье по косинусам.



21. Разложить функцию $y = f(x)$ (см.

рис.) в ряд Фурье: а) по синусам; б) по

косинусам.

