

## Ряды Фурье

### Задачи

1. Для  $2\pi$ -периодической функции  $f(x) = \begin{cases} 0; & x \in (-\pi; 0]; \\ 2; & x \in (0; \pi] \end{cases}$  построен ряд Фурье, сумма которого  $S(x)$ . Найти его коэффициенты  $a_0$ ,  $b_3$  и  $S(0)$ ,  $S(\pi)$ ,  $S(1,5\pi)$ ,  $S(2,2\pi)$ .

2. Найти значение свободного члена ряда Фурье для функции

$$f(x) = 4xe^{x^2} + 7 \text{ в интервале } (-3; 3).$$

3. Для разложения в ряд Фурье функции  $f(x) = x + 1$  в интервале  $(-2; 2)$  найти коэффициенты  $b_n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ).

4. Функция  $f(x) = x^2 - 3x + 5$  разложена в интервале  $(-1; 1)$  в ряд Фурье, сумма которого  $S(x)$ . Найти  $S(1)$  и  $S(6)$ .

5. Разложить в ряд Фурье в интервале  $(-\pi; \pi)$  функцию

$$f(x) = \begin{cases} -1; & x \in (-\pi; 0]; \\ 0; & x \in (0; \pi]. \end{cases}$$

6. Разложить в ряд Фурье в интервале  $(-\pi; \pi)$  функцию  $f(x) = x$ .

7. Для разложения в ряд Фурье в интервале  $(-3; 3)$  функции

$$f(x) = \begin{cases} 0; & x \in (-3; 1]; \\ (x-1)^2; & x \in (1; 3] \end{cases} \quad \text{записать формулы для вычисления}$$

коэффициентов Фурье.

8. Функция  $f(x) = \frac{x^2 - x}{|x|}$  разложена в интервале  $(-4; 4)$  в ряд Фурье,

сумма которого  $S(x)$ . Найти  $S(0)$ ,  $S(4)$ ,  $S(9)$ ,  $S(-12)$ ,  $S(79)$ .

9. Разложить в ряд Фурье в интервале  $(-2; 2)$  функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1; & x \in (-2; -1]; \\ 0; & x \in (-1; 1]; \\ 1; & x \in (1; 2]. \end{cases}$$

### Домашнее задание

10. Функция  $f(x) = \begin{cases} x; & x \in [-\pi; 0); \\ 0; & x \in [0; \pi] \end{cases}$  разложена в ряд Фурье в интервале

$(-\pi; \pi)$ .  $S(x)$  - сумма ряда Фурье. Найти  $S(-\pi)$ ,  $S(3,2\pi)$ ,  $S(4,5\pi)$ .

11. Найти значение свободного члена ряда Фурье для функции

$f(x) = x^3 + 7$  в интервале  $(-\pi; \pi)$ .

12. Для разложения в ряд Фурье функции  $f(x) = x \ln(x^2 + 1)$  в интервале  $(-e; e)$  найти коэффициенты  $a_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ).

13. Функция  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$  разложена в интервале  $(-3; 3)$  в ряд Фурье,

сумма которого  $S(x)$ . Найти  $S(2)$ ,  $S(-3)$ ,  $S(10)$ .

14. Разложить в ряд Фурье в интервале  $(-\pi; \pi)$  функцию  $f(x) = -5x$ .

15. Разложить в ряд Фурье в интервале  $(-1; 1)$  функцию

$f(x) = \begin{cases} -1; & x \in [-1; 0); \\ 2; & x \in [0; 1] \end{cases}$  и найти его сумму в точке  $x = 100$ .

16. Функция  $f(x) = e^{\sin^2 x} \cdot \sin x$  разложена в интервале  $\left(-\frac{3}{2}\pi; \frac{3}{2}\pi\right)$  в ряд

Фурье, сумма которого  $S(x)$ . Найти  $S\left(\frac{3}{2}\pi\right)$ ,  $S(6,5\pi)$ ,  $S(8,5\pi)$ ,  $S\left(-\frac{11}{4}\pi\right)$ .

### Дополнительные задачи

17. Разложить в ряд Фурье в интервале  $(-\pi; \pi)$  функцию  $f(x) = |x|$ .

18. Разложить в ряд Фурье в интервале  $(-1; 1)$  функцию  $f(x) = x^2$ .

19. Разложить в ряд Фурье в интервале  $(-2; 2)$  функцию  $f(x) = x - \frac{x}{|x|}$ .