

**Применение степенных рядов для вычисления интегралов и решения
дифференциальных уравнений**

Задачи

Вычислить определенные интегралы с заданной точностью ε :

1. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx, \quad \varepsilon = 0,01.$

2. $\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad \varepsilon = 0,001.$

3. $\int_0^{1/2} \cos \frac{x^2}{2} dx, \quad \varepsilon = 0,001.$

4. $\int_0^{1/2} \sqrt{1+x^4} dx, \quad \varepsilon = 0,0001.$

5. $\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx, \quad \varepsilon = 0,001.$

6. $\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+2x)}{x} dx, \quad \varepsilon = 0,001.$

Найти пять членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения:

7. $y' - y^2 + x^2 = 0, \quad y(0) = 1.$

8. $y' - xy^2 + e^{x-1} = 0, \quad y(1) = 2.$

9. $y' = x + y^3, \quad y(2) = 1.$

10. $y'' - y' - y^2 + 3x = 0, \quad y(0) = y'(0) = 2.$

11. $y'' - x^2 y = 0, \quad y(0) = y'(0) = 1.$

12. $y'' + y \cos x = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0.$

Домашнее задание

Вычислить определенные интегралы с заданной точностью ε :

13. $\int_0^{1/2} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx, \quad \varepsilon = 0,001.$

14. $\int_0^1 e^{-x^2} dx, \quad \varepsilon = 0,001.$

Найти пять членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения:

15. $y' = xy + x^2 + y^2, \quad y(1) = -1.$

16. $y'' + xy' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$

Дополнительные задачи

Вычислить определенные интегралы с заданной точностью ε :

17. $\int_0^{0,8} \frac{dx}{1+x^5}, \quad \varepsilon = 0,0001.$

18. $\int_0^{0,1} \frac{1-e^{-2x}}{x} dx, \quad \varepsilon = 0,001.$

Найти пять членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения:

19. $y'' + 2y' + 2xy = 0, \quad y(0) = y'(0) = 1.$

20. $y'' - y \cos x - x = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$

21. Вычислить при $x = 2$ третий член разложения в ряд Маклорена решения $y(x)$ задачи Коши: $y' = 2e^{y+1} - \ln(x+1), \quad y(0) = -1.$