

Ряды Тейлора и Маклорена

Задачи

1. Написать (формально) ряд Тейлора для функции $f(x) = 3^x$ в точке $x_0 = 1$.
2. Написать два первых отличных от нуля члена ряда Маклорена для функции $f(x) = \ln(x + e^x)$.

Разложить функции в ряд Маклорена, используя разложение элементарных функций и метод подстановки, найти области сходимости полученных рядов:

3. $f(x) = \cos 5x$.
4. $f(x) = e^{-x^2}$.
5. $f(x) = x \ln(1 + 2x)$.
6. $f(x) = \frac{x^{10}}{1 - 3x}$.

Разложить функции в ряд Маклорена и найти области сходимости полученных рядов:

7. $f(x) = \cos^2 x$
8. $f(x) = \ln(3 - 4x)$.
9. $f(x) = \frac{1}{2 + x}$.
10. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x}}$.

Разложить функции в ряд Тейлора в точке x_0 :

11. $f(x) = e^x$, $x_0 = 2$.
12. $f(x) = \frac{1}{2 + x}$, $x_0 = 1$.

Домашнее задание

Разложить функции в ряд Маклорена и найти области сходимости полученных рядов:

13. $f(x) = xe^{-2x}$.
14. $f(x) = \sin x \cos x$.
15. $f(x) = \ln(9 + 2x)$.
16. $f(x) = \frac{x}{1 - 2x}$.

17. Разложить функцию $f(x) = \cos 2x$ в ряд Тейлора в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

Дополнительные задачи

18. Разложить функцию $f(x) = (2 - x) \sin \frac{\pi x}{4}$ в ряд Тейлора в точке $x_0 = 2$.

19. Разложить функцию $f(x) = \frac{x}{4 - x^2}$ в ряд Маклорена.

Применяя дифференцирование, разложить заданные функции в ряд Маклорена:

20. $f(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$. **21.** $f(x) = \arcsin x$. **22.** $f(x) = (1 + x) \ln(1 + x)$.

23. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$.