

## Степенные ряды. Область сходимости

### Задачи

Найти интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$ , если

известен его радиус сходимости  $R$ :

1.  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ ,  $R = 5$ .

2.  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - 3)^n$ ,  $R = 2$ .

3.  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x + 1)^n$ ,  $R = \frac{3}{2}$ .

4. Найти интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x + 3)^n$ , если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = 3.$$

Найти радиус сходимости степенного ряда:

5.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{\sqrt{n+2}} x^n$ .

6.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)!}{10^n} (x+3)^n$ .

Найти интервал сходимости степенного ряда:

7.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)!} x^n$ .

8.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^{n+1}}$ .

9.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{(n^2+1) \cdot 2^{n+1}}$ .

Найти область сходимости степенного ряда:

10.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{5^n \sqrt{n+1}}$ .

11.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-3)^n}{2^n \cdot \ln(1+n)}$ .

12.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 \cdot 10^{n+1}}{(2n-1)!} x^n$ .

13. Найти интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - 2)^{2n}$ , если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = 4.$$

### Домашнее задание

14. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n \cdot (n^2+1)} x^n$ .

15. Найти интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{(2n-1) \cdot 2^n}} x^n$ .

Найти область сходимости степенного ряда:

16.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n+1)}{\sqrt[3]{n^4}} (x-5)^n$ .

17.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{3n}}{n \cdot 8^n}$ .

### Дополнительные задачи

18. Найти интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{(n+1)^n} x^n$ .

Найти область сходимости степенного ряда:

19.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(1+n) \ln^2(1+n)}$ .

20.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-1)^{3n}}{27^n \cdot \sqrt[3]{n+2}}$ .

Найти область сходимости степенных рядов. Сколько членов данного ряда достаточно взять, чтобы соответствующая частичная сумма  $S_n(x)$  при  $x = x_0$  отличалась от суммы ряда  $S(x_0)$  меньше, чем на  $\varepsilon$ ?

21.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{3n}}{n \cdot 8^n}$ ,  $x_0 = -2$ ,  $\varepsilon = 0,01$ . 22.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^{2n}}{\sqrt{2n+3}}$ ,  $x_0 = 1$ ,  $\varepsilon = 0,05$ .