

Знакопеременные ряды. Признак Лейбница

Задачи

Исследовать на сходимость следующие ряды:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2 + 1}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(n+1)}{3^n}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(n+1)}{3^n}$.

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(n+2)}{n!}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(2n+1)}{3n+100}$.

7. Что можно сказать о поведении ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$, если для членов ряда

выполняются условия: $a_n > 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{3}$?

8. Что можно сказать о поведении ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$, если для членов ряда

выполняются условия: $a_n > 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$?

Выяснить, какие из рядов сходятся абсолютно, какие условно, какие расходятся:

9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[3]{n^5}}$.

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{10n+1}$.

11. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n-1)^2}{n^2+1}$.

12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 2^n}$.

13. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$.

14. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{4^n}{3^{n-1}(n+1)!}$.

15. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$, где $a_n = \frac{n^3}{2^n}$, и найти

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6a_{n+1}}{a_n}.$$

Домашнее задание

Выяснить, какие из рядов сходятся абсолютно, какие условно, какие расходятся:

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + n + 1}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^2}{n^3 + 2n^2 + 3}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^3}{e^n}.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{10n}{3n + 5}.$$

$$20. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^2 n}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{7^n}{n}.$$

22. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$, где $a_n = \sin \frac{\pi}{2^n}$, и найти

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n}{a_{n+1}}.$$

Дополнительные задачи

Исследовать на сходимость данный ряд. В случае абсолютной сходимости найти $\alpha = a_2 \cdot a_4 - 2a_1 \cdot a_3$; в случае условной сходимости найти $\beta = a_1 \cdot a_4 - a_9$; в случае расходимости найти $\gamma = a_1 + 5a_2$.

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{3n+1}{n+3} \right)^n.$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n^2}{2^n}.$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sqrt{n}}.$$

26. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2 + 12n}$. В случае

сходимости найти его сумму с точностью $\delta = 0,01$.

27. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n)!}$. В случае сходимости найти

его сумму с точностью $\delta = 0,001$.