

Числовые ряды.

Необходимый признак сходимости

Задачи

1. Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^2+1}$ выписать 5 первых членов ряда.

2. Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!+1}$ выписать 5 первых членов ряда.

3. Для ряда $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt[3]{2}}{3\sqrt{2}} + \frac{\sqrt[3]{3}}{4\sqrt{3}} - \frac{\sqrt[3]{4}}{5\sqrt{4}} + \dots$ указать формулу общего члена ряда:

а) $a_n = (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt{n}}$; б) $a_n = \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt{n}}$;

в) $a_n = (-1)^{n+1} \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt{n}}$; г) $a_n = (-1)^{n-1} \frac{\sqrt[3]{n-1}}{n\sqrt{n-1}}$.

4. Для ряда $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots$ записать одну из возможных формул общего члена ряда a_n .

5. Для ряда $\frac{2}{1} + \left(\frac{3}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \left(\frac{5}{7}\right)^4 + \dots$ записать одну из возможных формул общего члена ряда a_n .

6. Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n+1)^2}$ найти $\alpha = \left(a_1 + a_3 - \frac{1}{16}\right) \cdot \left(a_2 + a_5 + \frac{13}{36}\right)$.

7. Найти сумму S ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(0,2)^n}{5}$.

8. Найти сумму S ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} \cdot 3^{n-1}}{7^n}$.

9. Найти сумму S ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)}$ по определению.

Найти предел общего члена ряда и сделать вывод о сходимости ряда:

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-3}{4n^2+2n+5}$.

11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+5\sqrt{n}}{2n+4\sqrt{n}-1}$.

12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\ln(n+1)}$.

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3 + n}{7 + 2n}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \sin(n-1)^2.$$

15. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{a_n}}{a_n^2 + 1}$, если известно, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится.

Домашнее задание

16. Найти сумму S ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (3 \cdot (0,7)^n + 7 \cdot (0,3)^n)$.

17. Найти сумму S ряда $4 + \frac{4}{5} + \frac{4}{25} + \frac{4}{125} + \dots + \frac{4}{5^n} + \dots$.

18. Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{n^2}$ найти $\alpha = \frac{a_4 + a_6}{2}$.

19. Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n + 1}$ найти $\beta = 7a_1 \cdot a_3 + \frac{5a_2}{41a_4}$.

20. Найти сумму S ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{n^2 - n}$ по определению.

21. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 1}{2a_n - 8}$, если известно, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится.

Дополнительные задачи

Используя определение, найти сумму ряда:

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 2n}.$$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(2n-1)(2n+1)}.$$

24. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$, если известно, что числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sqrt{n+1}}{\sqrt{n} \cdot c_n}$ сходится.

25. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$, если известно, что числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5c_n - 2)^2 \cdot n}{\ln n}$ сходится.

26. Известно, что числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится. Что можно сказать о

сходимости рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n^2}$ и $\sum_{n=1}^{\infty} (0,1)^{a_n}$?

27. Исследовать на сходимость ряд $\frac{1}{8} + \frac{3}{13} + \frac{7}{18} + \frac{15}{23} + \dots + \frac{2^n - 1}{5n + 3} + \dots$. Если он сходится, то найти $16a_1$, а если расходится - то $18a_3$.