

Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.

Множества комплексных чисел

Задачи

Вычислить:

1. z^6 , если $z = \sqrt[3]{5} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$. 2. $(\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)^{27}$.
3. $(-1+i)^{10}$. 4. $(1-i\sqrt{3})^4$.

Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости:

5. $\sqrt[4]{-1}$. 6. $\sqrt[3]{i}$. 7. $\sqrt{-1-i}$.

Найти все корни уравнения:

8. $x^2 + 25 = 0$. 9. $x^2 + 4x + 13 = 0$. 10. $x^2 + x + 1 = 0$. 11. $z^4 - 8z = 0$.

12. Найти: а) $|(1+i)^5|$; б) $|\sqrt[5]{3-4i}|$; в) $\arg(1-i)^3$.

13. Построить линии на комплексной плоскости:

- а) $\operatorname{Re} z = -1$; б) $\operatorname{Im}(z^2) = 2$; в) $1 + \operatorname{Im} z = |\operatorname{Re} z|$.

14. Построить на комплексной плоскости множества точек, удовлетворяющих неравенствам:

- а) $\operatorname{Im} z \geq 0$; б) $1 \leq \operatorname{Re} z \leq 3$; в) $\begin{cases} |z| < 2, \\ \operatorname{Re}(z+1) > 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} |z-i| > 1, \\ 0 < \arg z < \pi/2. \end{cases}$

Домашнее задание

15. Вычислить $(2+i\sqrt{12})^5$.

16. Найти все значения корней $\sqrt[4]{-8+i8\sqrt{3}}$ и построить их на комплексной плоскости.

17. Решить уравнения: а) $z^2 - 2z + 2 = 0$; б) $2z^3 + \sqrt{3} - i = 0$.

18. Построить линии и области:

- а) $|z|^2 < (\operatorname{Im} z)^2 + 4$; б) $\begin{cases} -\pi/3 < \arg z < 0, \\ \operatorname{Re} z < 1; \end{cases}$ в) $|z+1| = 2$.

Дополнительные задачи для самостоятельной работы

19. Вычислить $\frac{(1+i)^8}{(-1+i\sqrt{3})^6}$.

20. Решить уравнение: $z^4 + 5z^2 - 36 = 0$.

Построить линии и области:

21. $|z - 3| + |z + 3| = 10$.

22. $0 < \arg(z - i) < \pi/4$.

23. $z + \bar{z} = \operatorname{Im} z$.

24. $1 < |z + i| < 2$.

25. Выразить с помощью неравенств следующие области:

а) первый квадрант; б) полукруг радиуса единицы с центром в начале координат, расположенный выше оси Ox ; в) полуплоскость, расположенную выше прямой $y = -1$; г) полосу, расположенную между прямыми $y = 1$, $y = 3$.