

**Элементы теории функций комплексного переменного.
Действия над комплексными числами**

Задачи

Выполнить действия:

1. $(-4 + 3i) + 2(2 - 2,5i)$.

2. $(-1 + 3i)(\overline{2 - i})$.

3. $(3 - 4i)^2$.

4. $\frac{1 - i}{1 + i}$.

5. $\frac{1}{2 + 3i}$.

6. i^{47} .

7. $\frac{1 - 2i}{(1 + i\sqrt{3})(\sqrt{3} + i)}$.

8. Изобразить векторами комплексные числа:

$$z_1 = -5; \quad z_2 = 4i; \quad z_3 = -1 - 2i; \quad z_4 = -2 + i, \quad z_5 = 1 - i.$$

Вычислить:

9. $\operatorname{Re}(i(2 + 3i)) + \operatorname{Im}(\overline{2 + 3i})$.

10. $\left| \frac{2}{3}i \right|$.

11. $\arg(-2)$.

12. $\sin(\arg(2 - 3i))$.

13. $\arg(3i)$.

14. $\arg(2 + 2i)$.

15. Найти x, y из уравнения $2x - 3i + yi - |3 - 4i| = y + xi$, если $x \in \square$, $y \in \square$.

Представить комплексные числа в тригонометрической и показательной формах:

16. $-2i$.

17. 1 .

18. $-\sqrt{2} - i\sqrt{2}$.

19. $\sqrt{3} - i$.

20. $-1 + i\sqrt{3}$.

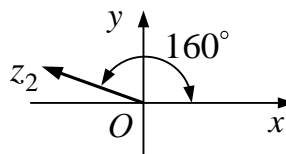
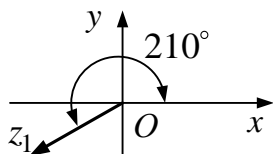
Используя свойства модуля и аргумента, найти:

21. $\left| \frac{3+4i}{2i} \right|$.

22. $|(1-i)(2-i)|$.

23. $\arg \frac{1+i}{1-i}$.

24. Даны два комплексных числа z_1, z_2 (см. рис.):



Найти $\arg(z_1 \cdot z_2)$.

Домашнее задание

Выполнить действия:

25. $i(3-i)(3+i)$.

26. $(2-2i)^2$.

27. $\frac{2+i}{i} - 4 + 3i$.

28. $\frac{13(2+3i)}{2(2+3i)}$.

29. Найти модуль и аргумент комплексных чисел и записать числа в тригонометрической и показательной формах:

а) $z = -\sqrt{3} + i$; б) $z = 7 \cdot i^{19}$; в) $2\sqrt{3} + 2i$; г) $-3 - 3i$.

30. Найти $z = x + iy$ из уравнения $z - |3 - 4i| = iz$.

31. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = \frac{2-2i}{1+i}$.

Дополнительные задачи

Выполнить действия:

32. $\frac{(i-2)^2 \cdot i^{2011}}{1+i}$.

33. $(2+i)^3 \cdot i$.

34. $\operatorname{Re}(1+i)^2 + \operatorname{Im}(1+i)^2$.

35. Найти модуль и аргумент комплексного числа \bar{z} , если $z = \frac{2+i}{-2-i}$.

36. Записать число $(1-i^{117})^2$ тригонометрической форме.

37. Дано число $z = \cos \frac{35}{3} \pi - i \sin \frac{35}{3} \pi$. Найти $|z|$, $\arg z$.

38. Найти $\arg(z \cdot \bar{z})$, $z \neq 0$.

39. Найти $z = x + iy$ из уравнения: $2|z + i| - iz = 1 - i$.