

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Экстремумы функции одной переменной.

Задачи

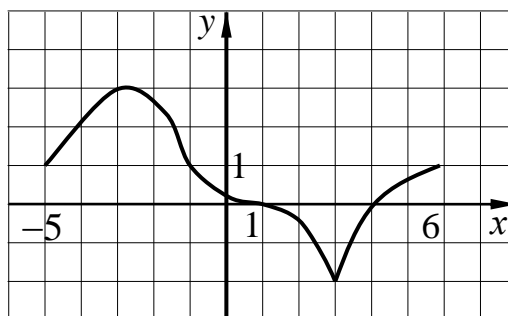
1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ на отрезке $[-5; 6]$. Определить знаки $f(x)$, $f'(x)$ на каждом из интервалов:

$(-5; -3)$, $(-3; 1)$, $(1; 3)$, $(3; 4)$, $(4; 6)$

знаки $f(x)$, $f'(x)$, в точках

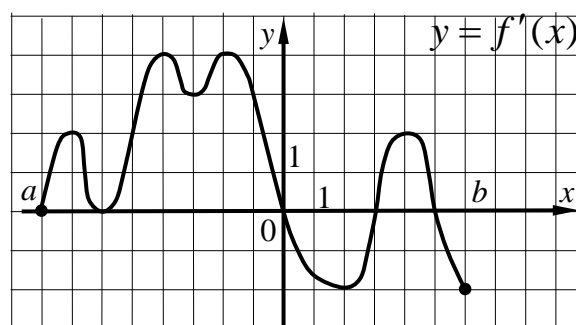
$-3; -1; 1; 3$ (если $f'(x)$ не существуют в точке x_0 , то найти знаки

$f'(x_0 \pm 0)$), точки экстремума и экстремумы функции.



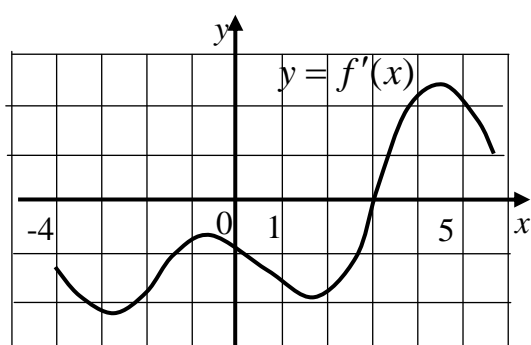
ДОМ
И

2. Функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Указать промежутки, которых функция $y = f(x)$ возрастает; убывает. Найти критические точки, точки минимума и максимума.



ОТ-
НА

3. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$. В какой



точке отрезка $[-3; 2]$ функция принимает наибольшее значение? В какой точке отрезка $[1; 5]$ функция принимает наименьшее значение?

4. Пусть производная функции $f(x)$ имеет

$$\text{вид: } f'(x) = x^2(x^2 + 1)(x^2 - 3).$$

Определить количество промежутков убывания функции $f(x)$ и количество точек экстремума.

5. Найти интервалы монотонности функции $y = x^4 - 8x^2 + 3$.

Найти точки экстремума функции:

6. $y = 12x + 3x^2 - 2x^3$. 7. $y = x + \sqrt{3-x}$. 8. $y = (x-7)^2 \cdot e^{x-8}$.

Найти интервалы монотонности и экстремумы функции:

$$9. y = \frac{x^2 - 7}{x - 4}. \quad 10. y = x^2 \ln x. \quad 11. y = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}.$$

Найти наименьшее m и наибольшее M значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$:

$$12. y = 2x^3 + 3x^2 - 1 \text{ на отрезке } [-2; -0,5].$$

$$13. y = \sqrt{100 - x^2}, [-6; 8]. \quad 14. y = \sqrt[3]{x-1} + x, [0; 2].$$

Домашнее задание

Найти интервалы монотонности и экстремумы функций:

$$15. y = x^3 - 6x^2 - 15x - 2. \quad 16. y = \frac{x-3}{x}.$$

$$17. y = x e^{2x}. \quad 18. y = x \ln x.$$

19. Пусть производная функции $f(x)$ имеет вид

$f'(x) = x(1 - x^3)(x^2 - 16)$. Вычислить суммарную длину промежутков возрастания функции $f(x)$.

$$20. \text{Найти точки экстремума функции } y = (2x^2 - 18x + 18) \cdot e^{3-x}.$$

Найти наименьшее m и наибольшее M значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$:

$$21. y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1, [-2; 1].$$

$$22. y = (x-12) \cdot e^{x-11}, [10; 12]. \quad 23. y = \frac{x-1}{x+1}, [0; 4].$$

Дополнительные задачи для самостоятельной работы

Найти интервалы монотонности функций:

$$24. y = x(x^2 - 12). \quad 25. y = 3\sqrt{x-5} + 1. \quad 26. y = 3x - \sin 3x.$$

27. Вычислить сумму значений функции $y = x^3 - 3x + 2$ в точках экстремума.

28. Доказать, что $y = \sin x + \cos x - 2x$ не имеет точек экстремума.

29. Найти наибольшее значение функции $y = 9x - 8\sin x + 5$ на отрезке $[-\pi/2; 0]$.

30. Найти наибольшее значение функции $y = \frac{40}{2^x + 3^x}$ на отрезке $[1; 7]$.