

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Производная. Геометрический смысл производной

Задачи

Найти производные функций:

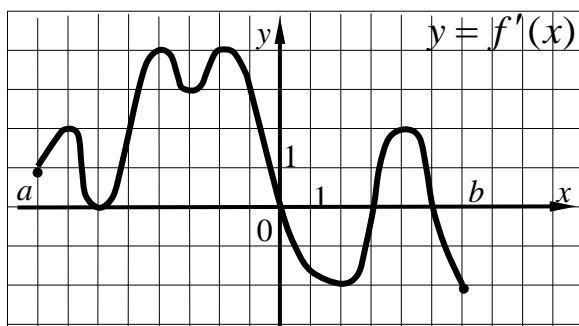
1. $y = (2x + 1)^{15}$. 2. $y = \sqrt{x^3 + 3} - 1$. 3. $y = 5 \cos 3x - 3 \sin 5x$.
4. $y = x^2 + \frac{1}{x} + e^2$. 5. $y = \frac{1}{\sin 2x}$. 6. $y = \frac{x^2 + 4}{x}$. 7. $y = \ln(x^2 + 3)$.
8. $y = 3^{-x^2} \cdot \operatorname{tg} 3x$. 9. $y = x^3 \cdot \operatorname{arcsin} 2x + \sqrt{\pi}$. 10. $y = \sqrt[3]{x} + \operatorname{ctg} 2x$.
11. $y = x^2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$. 12. $y = (x - 3)^2 \cdot e^{3-x}$. 13. $y = \operatorname{tg}(\ln x)$.
14. $y = \operatorname{tg}^7 x$. 15. $y = \sqrt{1 - x^2} \cdot \operatorname{arcsin} x$. 16. $y = \ln^3(\cos 4x)$.

Для функции $y = f(x)$ найти $f'(x_0)$, если

17. $y = \ln(2x - 1) + \operatorname{arctg} x$, $x_0 = 1$. 18. $y = x^2 \cdot 2^{\sqrt{x}}$, $x_0 = 4$.

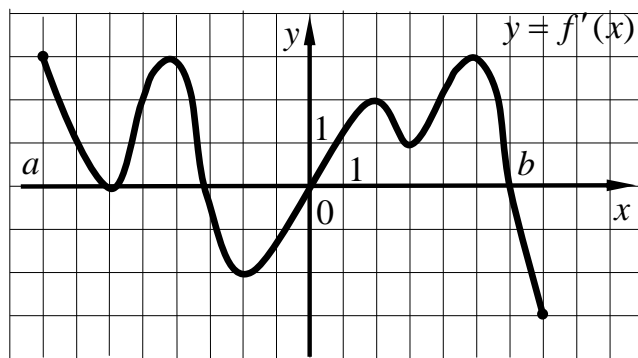
19. Функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Определить количество точек графика функции $y = f(x)$, в которых касательная к нему параллельна:

а) оси Ox ; б) прямой $y = 2x + 2$; в) прямой $y = 3 - x$.

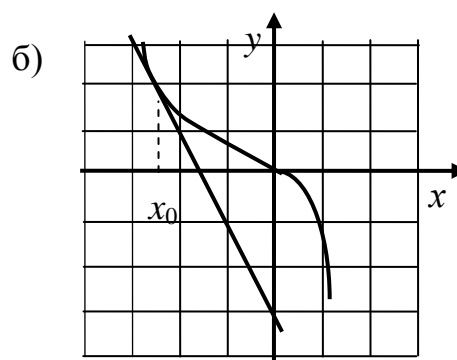
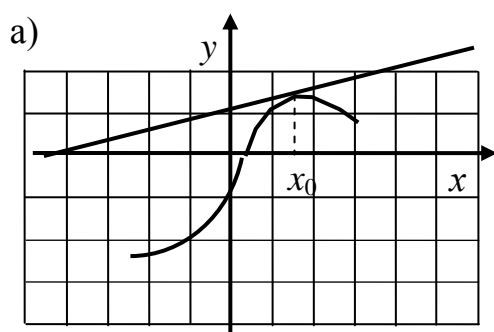


20. Функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Определить количество точек графика функции $y = f(x)$, в которых касательная к нему параллельна прямым:

а) $y = x + 5$; б) $y = 3 - 2x$; в) перпендикулярна оси Oy .



21. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение $f'(x_0)$.



22. Написать уравнения касательной и нормали к графику функции $y = x^2 - 3x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

23. На гиперболе $y = \frac{x-1}{x+1}$ найти точку M , в которой касательная:

а) параллельна прямой $y = 2x + 1$;

б) перпендикулярна прямой $y = -\frac{1}{8}x - 3$.

24. К кривой $y = 2 - e^{2x-1}$ проведена касательная параллельно прямой $y = 3 - 2x$. Найти абсциссу точки касания.

Домашнее задание

Найти производную функции

25. $y = \operatorname{tg} 2x - \sin 2x$. 26. $y = \sqrt{3x^2 - 1}$. 27. $y = x \ln(2x + 1)$.

28. $y = \cos^3 4x$. 29. $y = 2^{\operatorname{arctg} 3x}$. 30. $y = \frac{x^2}{1+x^3}$. 31. $y = x \cdot e^{x^3}$.

32. Написать уравнения касательной и нормали к графику функции $y = x^3 - 10x^2 + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

33. Написать уравнения касательных к кривой $y = x^2 - 4x$ в точках с ординатой $y = -3$.

34. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 2 + x - 2x^4$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Дополнительные задачи для самостоятельной работы

35. Показать, что функция $y = e^{2x}$ удовлетворяет уравнению $y' - y = e^{2x}$.

36. Является ли прямая $y = x + 2$ касательной к графику функции $y = 2x - \ln x$?

37. Написать уравнение касательной к кривой $y = 1 - e^{x/2}$ в точке пересечения ее с осью Oy . Построить кривую и касательную.

38. Написать уравнение касательной к кривой $y = \ln x$ в точке пересечения ее с осью Ox . Построить кривую и касательную.