

Предел функции. Непрерывность

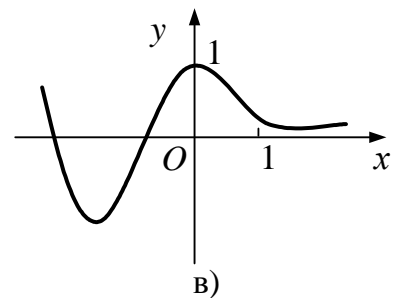
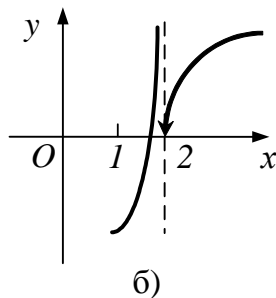
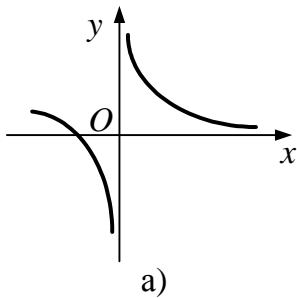
Задачи

Вычислить пределы:

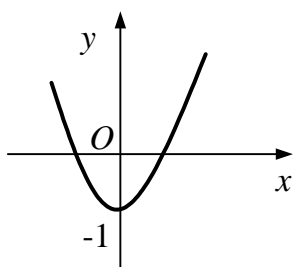
1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-1}$.
2. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x-2}{x^3-1}$.
3. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1+\sin 2x}{1-\cos 4x}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2}$.
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{3x^2+1}$.
6. $\lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} \frac{1}{x-1}$.
7. $\lim_{x \rightarrow -2+0} 5^{-\frac{1}{x+2}}$.
8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$.
9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+6)}{x^2-1}$.
10. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2-5x-3}{x^2-9}$.
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$.
12. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$.
13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+7}{5x-2}$.
14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-x^3+1}{4x^3-2}$.
15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4+2}{n-2}$.
16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3n^2+4}$.
17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{\sqrt{n^3+1}}$.
18. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+2x}-x)$.
19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^4}{x^3+2x} - x \right)$.
20. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right)$.

Выбрать график функции $y = f(x)$, соответствующий заданным условиям:

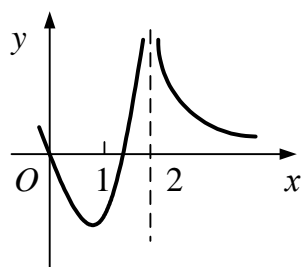
21. 1) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = +\infty, \\ \lim_{x \rightarrow 2+0} f(x) = 0. \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -0} f(x) = -\infty, \\ \lim_{x \rightarrow +0} f(x) = +\infty. \end{cases}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow \pm 0} f(x) = 1.$



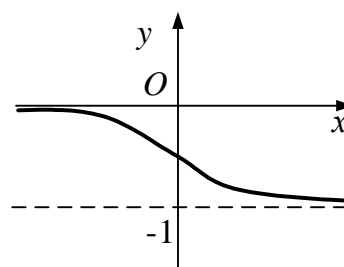
22. 1) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1. \end{cases}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow \pm 0} f(x) = -1.$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 2 \pm 0} f(x) = +\infty.$



а)



б)



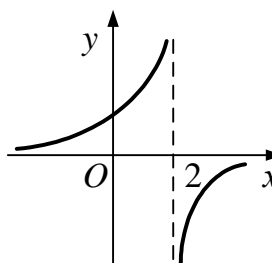
в)

Выяснить, являются ли данные функции непрерывными в указанных точках:

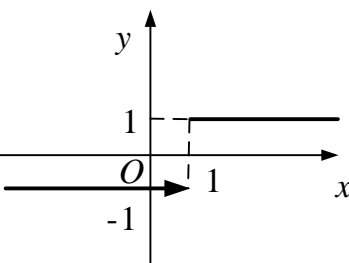
23. $f(x) = \frac{x}{x^3 - 8}$, $x_0 = 2$.

24. $f(x) = \frac{\lg x + \sqrt{x} - 5x^2}{x^2 - 3x - 2}$, $x_0 = 1$.

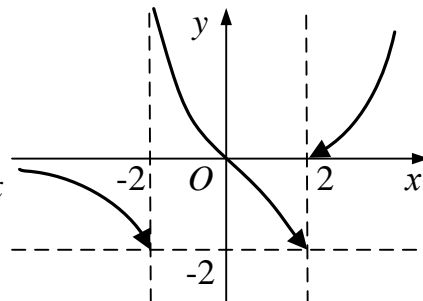
25. Для функций, изображенных на рисунках, указать точки разрыва:



б)



а)



в)

Домашнее задание

Вычислить пределы:

26. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 1}$. 27. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x - 1}{x + 1}$. 28. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x - 1}{9x^2 - 1}$. 29. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$.

30. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + 5}{x^2 - 1}$. 31. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 + 3n^2 - 8}{10n^4 + n^3 - 4}$. 32. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4x^2 - 2}{x^2 + 21x + 2}$.

33. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - 1}{2n^2 + 1}$. 34. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x - 1} - \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)$. 35. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - x + 1} \right)$.

36. Найти точки разрыва функции и построить ее график:

$$y = \begin{cases} -(x+1)^2, & x \leq -1; \\ 1-x, & -1 < x \leq 2; \\ x^2 - 5, & x > 2. \end{cases}$$

Дополнительные задачи для самостоятельной работы

Вычислить пределы:

$$37. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{3x+1}{2x-1}.$$

$$38. \lim_{x \rightarrow -3 \pm 0} \frac{1}{x+3}.$$

$$39. \lim_{x \rightarrow 1+0} \ln(x-1).$$

$$40. \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x.$$

$$41. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}.$$

$$42. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+3}{3n-2}.$$

$$43. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^n.$$

$$44. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1}.$$

$$45. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n+4}{3n}\right)^{2n}.$$

$$46. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}.$$

$$47. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-5x}{\sqrt{4x^2+4x+1}}.$$

$$48. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-4x^2 + 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}.$$

$$49. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}.$$

$$50. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 3^n}{5^{n-2} + 3^{n-1}}.$$

$$51. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8}\right).$$

52. Найти точки разрыва функций: а) $y = \begin{cases} \frac{1}{x-1}, & x \leq 0; \\ \frac{1}{x}, & x > 0; \end{cases}$ б) $y = \frac{x^2-4}{x+2}.$