

Функции одной переменной.

Задачи

1. Построить промежутки изменения переменной x , заданные неравенствами:

а) $|x| < 4$; б) $x^2 \leq 16$; в) $|x-3| < 1$; г) $0 < x-1 \leq 4$;
д) $x^2 > 9$; е) $(x-2)^2 \leq 4$.

Построить графики функций на указанных отрезках.

2. На отрезке $|x| \leq 3$: а) $y = 2x$; б) $y = 2x + 2$; в) $y = 2x - 2$.

3. На отрезке $|x| \leq 2$: а) $y = x^2$; б) $y = (x-1)^2$; в) $y = x^2 - 1$.

4. На отрезке $|x| \leq 1$: а) $y = x^3$; б) $y = -x^3 + 1$; в) $y = 3x^3 - 1$.

5. На отрезке $|x+1| \leq 2$: а) $y = |x|$; б) $y = -|x-2|$; в) $y = |x| - x$.

6. Вычислить:

а) $f(0)$, $f(x+1)$, $f(-1)+1$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, если $f(x) = x^2 - x + 1$;

б) $\varphi(0)$, $\varphi(-1)$, $\varphi\left(\frac{1}{x}\right)$, $\frac{1}{\varphi(x)}$, если $\varphi(x) = \frac{2x-3}{x^2+1}$;

в) $g(-1)$, $g(2)$, $g(0)$, если $g(x) = \begin{cases} 2x+1, & -\infty < x \leq 0; \\ 2^x, & 0 < x < +\infty; \end{cases}$

г) $\frac{F(b)-F(a)}{b-a}$, если $F(x) = x^2$.

Найти область определения функции:

7. $y = \sqrt{x+2}$.

8. $y = \sqrt{9-x^2}$.

9. $y = \log_2 \frac{1}{x-5}$.

10. $y = \arcsin \frac{x-1}{2}$.

11. $y = \sqrt{x+1} - \sqrt{3-x}$.

12. $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-3x+2}}$.

13. $y = \ln \frac{x-3}{x+5}$.

14. $y = \frac{\lg(20-5x)}{\sqrt{x^2-6x+9}}$.

15. $y = \sqrt{4-|x|} + \frac{1}{x}$.

Определить, является ли данная функция четной, нечетной или же функцией общего вида:

16. $y = x^2 \cdot \sqrt[3]{x} + 2 \sin x$. 17. $y = \frac{x^4 - 3x^2}{x(x-2)} - 2x$. 18. $y = \cos \sqrt[3]{x} - 5x^4$.

Для функции $y = f(x)$ на указанном множестве X найти обратную функцию $y = f^{-1}(x)$ и указать ее область определения. Построить графики прямой и обратной функций, если

19. $y = 1 - 3x$, $x \in (-\infty; +\infty)$. 20. $y = x^2$, а) $x \in (-\infty; 0]$; б) $x \in [0; +\infty)$.

Построить график функции:

21. $y = x^2 - 6x + 5$. 22. $y = -\frac{1}{x-2}$. 23. $y = (0,5)^x + 1$.

24. $y = \begin{cases} 2x-1, & x \in (-\infty; 1]; \\ -\log_2 x, & x \in (1; +\infty). \end{cases}$ 25. $y = |x+1| + 2$.

Домашнее задание

Найти область определения функции:

26. $y = \frac{x-3}{x^2-25}$. 27. $y = \sqrt{x^2+7x+12}$.

28. $y = \arccos(1-3x)$. 29. $y = \sqrt{1+2x} + 4\log_3(1-x)$.

30. Для функции $y = x^2 + 1$, $x \in [0; +\infty)$ найти обратную функцию и ее область определения. Построить графики прямой и обратной функций.

31. Построить графики функций:

а) $y = 3x + 2$; б) $y = 4x - x^2$; в) $y = (x-1)^3$; г) $y = \begin{cases} x^2, & x \in (-\infty; 0]; \\ \cos x, & x \in (0; +\infty). \end{cases}$

Дополнительные задачи для самостоятельной работы

32. Построить графики функций:

а) $y = 2 - 0,1x$; б) $y = -\frac{x}{2} - 1$; в) $y = 2 - |x|$.

33. Построить график квадратного трехчлена $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$),

приведя его к виду $y = a(x - x_0)^2 + y_0$:

а) $y = -2x^2 + 8x$; б) $y = -x^2 + 2x - 1$; в) $y = x^2 + 3x + 2$.

34. Найти область определения функций:

а) $y = \sqrt{4-x^2}$;

б) $y = \frac{1}{1+\sqrt{x^2-9}}$;

в) $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$;

г) $y = \sqrt{|x|-1}$.