Обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка.

Дифференциальные уравнения второго порядка,

допускающие понижение порядка

Задачи

1. Используя методы понижения порядка, свести к уравнениям первого порядка следующие дифференциальные уравнения:

а) $yy'' = (y')^3$;

б) $\left(x-3\right)y'' + y' = 0$;

в) $y'' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$;

г) $y'' + 2\left(y'\right)^2 y = \left(y'\right)^3$;

д) $2y'y'' = 1$;

е) $y'' = -x + \sin^2 x$.

2. К какому виду приводится дифференциальное уравнение

$(1+y)\cdot y'' = y\cdot(y' + (y')^2)$ после понижения порядка ?

1) $(1+x)p' = x(p+p^2)$, 2) $(1+x)pp' = x(p+p^2)$,

3) $(1+y)pp' = y(p+p^2)$, 4) $(1+y)p' = y(p+p^2)$.

Решить дифференциальные уравнения:

3. $y\cdot y'' + (y')^2 = 0$.

4. $y''\operatorname{tg} y = 2(y')^2$.

5. $2(y')^2 = (y-1)y''$.

6. $yy'' = y^2 y' + (y')^2$.

7. $y'' = -\dfrac{1}{2y^3}$, $y\left(0\right) = \dfrac{1}{2}$, $y'\left(0\right) = \sqrt{2}$.

Домашнее задание

Решить дифференциальные уравнения:

8. $yy'' = (y')^2 - (y')^3$.

9. $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0$.

10. $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2},\ y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2$.

11. $y'' = e^{2y},\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

Дополнительные задачи

Решить дифференциальные уравнения:

12. $y^3 y' y'' + 1 = 0,\ y(1) = 1,\ y'(1) = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$.

13. $y'' y^3 = 1,\ y(0) = 1,\ y'(0) = -1.$

14. $2y(y')^3 + y'' = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = -3$.