

## Обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка.

### Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка

#### Задачи

1. Проверить, является ли функция  $y = x e^x$  решением дифференциального уравнения  $y'' - y' = e^x$ .
2. Показать, что уравнение  $y'' = y$  имеет интегральные кривые  $y = e^x$  и  $y = e^{-x}$ , пересекающиеся в точке  $(0; 1)$ . Противоречит ли это теореме существования и единственности решения задачи Коши?
3. Используя методы понижения порядка, свести к уравнениям первого порядка следующие дифференциальные уравнения:

а)  $x(y'' + 1) = 2y'$ ;

б)  $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$ ;

в)  $xy'' - y' = x^2 e^x$ ;

г)  $y'' + 4 = x^2$ .

Решить дифференциальные уравнения:

4.  $y'' = e^{5x} + \sin x - 1$ .

5.  $y'' = \frac{1}{x}$ .

6.  $y'' = \cos x + e^{-x}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -1$ .

7.  $(x-3)y'' + y' = 0$ .

8.  $(1-x^2)y'' - xy' = 2$ .

9.  $x^2 y'' + xy' = 1$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y'(1) = 1$ .

10.  $xy'' - 2y' = 2x^4$ ,  $y(1) = \frac{1}{5}$ ,  $y'(1) = 4$ .

### Домашнее задание

Решить дифференциальные уравнения:

11.  $y'' = xe^x$ .

12.  $y'' = \frac{1}{\sin^2 x}$ .

13.  $y'' = x + \sin x, y(0) = -3, y'(0) = 0$ .

14.  $y'' - \frac{3y'}{x} = x$ .

15.  $(x^2 + 1)y'' = 2xy', y(0) = 1, y'(0) = 3$ .

### Дополнительные задачи

Решить дифференциальные уравнения:

16.  $2xy'' + y' = 0, y(1) = 5, y'(1) = 4$ .

17.  $(1 - x^2)y'' = xy', y(0) = 1, y'(0) = 3$ .

18.  $xy'' - y' = x^2e^x, y(1) = e, y'(1) = 2 + e$ .