

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.

Однородные дифференциальные уравнения первого порядка

Задачи

1. Какие из дифференциальных уравнений являются однородными:

а) $y' = x^2 + y^2$; б) $x^3 y' = 2x^2 y - y^3$; в) $(x^2 + 2xy)dx + (xy - x^2)dy = 0$?

Решить дифференциальные уравнения:

2. $y^2 + x^2 y' = xy y'$.

3. $(2x + y)dx = (4y - x)dy$.

4. $y' = \frac{y - x}{x}$.

5. $x^2 dy + (y^2 - 2xy - x^2)dx = 0$.

6. $x^2 y' - x^2 - 2xy = 0$, $y(2) = 2$.

7. $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}$, $y(-1) = 1$.

8. К какому дифференциальному уравнению с разделяющимися переменными можно привести однородное уравнение $(x^2 + 7xy + 2y^2)dx = x^2 dy$, применив соответствующую подстановку?

1) $\frac{dz}{dx} = \frac{x}{1 + 6z + 2z^2}$.

2) $\frac{dz}{dx} = \frac{1 + 6z + 2z^2}{x}$.

3) $\frac{dz}{dx} = \frac{1 + 7z + 2z^2}{x}$.

4) $\frac{dz}{dx} = \frac{1 + 8z + 2z^2}{x}$.

Найти решение однородного уравнения.

Домашнее задание

Решить дифференциальные уравнения:

9. $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x$.

10. $(2y - \sqrt{xy})dx = xdy$.

11. $xy' - y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{y}{x}, \quad y(6) = \pi.$

12. $(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0, \quad y(1) = -2.$

Дополнительные задачи

Решить дифференциальные уравнения:

13. $x \sin \frac{y}{x} dy = \left(y \sin \frac{y}{x} - x \right) dx, \quad y(2) = \pi.$

14. $xy' = y \ln \frac{y}{x}, \quad y(1) = 1.$

15. При каком значении α дифференциальное уравнение

$\sqrt{x^4 + y^4} \cdot y' - (x^2 y^\alpha - 4xy) = 0$ будет однородным?

1) 1

2) 2

3) 0

4) 4

Найти решение однородного уравнения.