Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

Задачи

1. Является ли функция $y=\sqrt{x^2+1}$ решением уравнения $yy'=x$?

2. Проверить, что функции $y_1=0$ и $y_2=x^3$ являются решениями уравнения $y'=3\sqrt[3]{y^2}$, проходящими через точку (0; 0). Какое условие теоремы существования и единственности решения здесь нарушается?

3. Какие из дифференциальных уравнений являются уравнениями с разделяющимися переменными: **а)** $(x+2xy)\,\mathrm{d}\,x+(1+x^2)\,\mathrm{d}\,y=0$;

б) $y'=(2y+1)\cdot\operatorname{ctg}x$; **в)** $y'=x\cdot(x^2+y^2)$?

Решить дифференциальные уравнения:

4. $y'=e^{2x}$.

5. $y'\sin x=y\cos x+2\cos x$.

6. $(x^2-9)\,\mathrm{d}\,y-2xy\,\mathrm{d}\,x=0$.

7. $y'=\sin x,\ y(0)=1$.

8. $e^x\sqrt{1+y^2}=ye^xy'+y'y,\ y(0)=0$.

9. $y-xy'=2(1+x^2y'),\ y(1)=1$.

Домашнее задание

10. Является ли функция $y=\dfrac{e^x}{x}$ решением уравнения $y'=\left(1-\dfrac{1}{x}\right)y$?

11. Установить соответствие между дифференциальными уравнениями

1) $y'-8x^7y=0$; 2) $y'-6x^5y=0$; 3) $y'=6xy$

и общими решениями

A) $y=Ce^{x^6}$; B) $y=Ce^{6x^2}$; C) $y=Ce^{x^8}$; D) $y=Ce^{3x^2}$.

Решить дифференциальные уравнения:

12. $y(1+\ln y)+xy'=0$.

13. $\left(x^2-1\right)y'-xy=0,\ y(3)=2\sqrt{2}$.

14. $2y'\sqrt{x}=y,\ y(4)=1$.

Дополнительные задачи

Решить дифференциальные уравнения:

15. $3^y\sqrt{1-4^x}\,y'-2^x\sqrt{1-9^y}=0$.

16. $\sqrt{1-x^2}\,y'+xy^2+x=0$.

17. $\sin y-y'=\left(y'+\sin y\right)\cos x,\ y(0)=\dfrac{\pi}{2}$.