

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Экстремумы функции двух переменных, максимум, минимум функции двух переменных, необходимые и достаточные условия существования экстремума, критическая точка, наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в ограниченной замкнутой области .

Задачи

1. Найти экстремум функции $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$, исходя из геометрических соображений.

2. Найти экстремумы функции $z = x^2 - xy + y^2$.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x; y)$ в области D :

3. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 3$; $D = \{(x; y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$.

4. $z = x^2 - y^2$; $D = \{(x; y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$.

5. Найти наименьшее значение функции $z = x^2 + y^2 + (x + y - 3)^2$. Что можно сказать о наибольшем значении этой функции?

Найти экстремумы функций:

6. $z = x^3 - 2y^3 - 3x + 6y + 1$.

7. $z = 3xy - x^3 - y^3$.

8. $z = x^3 + y^2 - 3x + 4\sqrt{y^5}$.

9. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 3y^2 - x - 2y$ в области $D = \{(x; y) : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$.

Домашнее задание

Найти экстремумы функций:

10. $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y + 1$.

11. $z = x^2 + y^2 - 2 \ln x - 8 \ln y$.

12. $z = x^2 - y^2 + 2e^{-x^2}$.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x; y)$ в области D :

13. $z = x^2 + 3y^2 - x + 18y - 4$; $D = \{(x; y) : 0 \leq x \leq 4, x \leq y \leq 4\}$.

14. $z = x^2 + xy - 2$; $D = \{(x; y) : 4x^2 - 4 \leq y \leq 0\}$.

Дополнительные задачи

Найти экстремумы функций:

15. $z = xy(9 - x - y)$.

16. $z = (x^2 - 2y^2)e^{x-y}$.

17. $z = (x - y)^2 + (y - 1)^3$.

18. $z = \frac{8}{x} + \frac{x}{y} + y$ ($x > 0, y > 0$).

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x; y)$ в

области D :

19. $z = e^{-y}(2y - x^2)$; $D = \{(x; y) : x^2 \leq y \leq 4\}$.

20. $z = x^3 - 6xy + 3y^2$; $D = \{(x; y) : 0 \leq x \leq y \leq 3\}$.