

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Дифференцирование сложных и неявных функций Задачи

1. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = e^{3x-2y}$, где $x = t \operatorname{tg} t$, $y = t^2 - t$.
2. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = x^3 y^2 z$, где $x = t^2$, $y = t$, $z = \sin t$.
3. Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial x}$ и полную производную $\frac{dz}{dx}$ функции $z = \ln(e^x + e^y)$, где $y = x^3$.
4. Найти производную $\frac{dy}{dx}$ функции $y = y(x)$, неявно заданной уравнением $x^2 y^2 - x^4 - y^4 = 16$.
5. Найти производную $\frac{dy}{dx}$ функции $y = y(x)$, неявно заданной уравнением $x^2 e^{2y} - y^2 e^{2x} = 0$.
6. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = z(x; y)$, неявно заданной уравнением $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 36 = 0$.
7. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = z(x; y)$, неявно заданной уравнением $e^z - x y z = 0$.
8. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u^2 v - v^2 u$, где $u = x \cos y$, $v = x \sin y$.
9. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u^2 \ln v$, где $u = \frac{x}{y}$, $v = 3x - 2y$.
10. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = (1 + u^2)^v$, где $u = u(t)$, $v = v(t)$ – дифференцируемые функции.
11. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}(M)$ и $\frac{\partial z}{\partial y}(M)$ в точке $M(0; 1)$ функции $z = z(x; y)$, неявно заданной уравнением $z^2 x - x^2 y + y^2 z + 2x - y = 0$.

12. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = z(x; y)$, неявно заданной уравнением $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{6} + \frac{z^2}{8} = 1$.

Домашнее задание

13. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^2 + y^2 + xy$, где $x = \sin t$, $y = e^t$.

14. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ и dz , если $z = u^2 - v^2$, где $u = x \cos y$, $v = x \sin y$.

15. Найти производную $\frac{dy}{dx}$ функции $y = y(x)$, неявно заданной уравнением $xe^{2y} - y \ln x - 8 = 0$.

16. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = z(x; y)$, неявно заданной уравнением $z^3 + 3x^2z = 2xy$.

17. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = z(x; y)$, неявно заданной уравнением $x + y + z = e^{-(x+y+z)}$.

Дополнительные задачи

18. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = f(u; v)$, где $u = \ln(x^2 - y^2)$, $v = xy^2$, f – дифференцируемая функция.

19. Показать, что функция $z = \operatorname{arctg} \frac{u}{v}$, где $u = x + y$, $v = x - y$,

удовлетворяет уравнению $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x - y}{x^2 + y^2}$.

20. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = f(u; v)$, где $u = x^2y$, $v = x^y$.

21. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ в точке $(-2; 1; 2)$, если $z^3 + x^2 - 4yz - 4 = 0$.

22. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $x + y + z = e^z$.