ТЕМА. ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ. НЕПРЕРЫВНОСТЬ.

ЛЕКЦИЯ 7.
7.1. Понятие функции
7.1.1. Определение функции

Пусть X и Y – некоторые числовые множества.

Функцией называется множество f упорядоченных пар чисел $(x; y)$ таких, что $x \in X$, $y \in Y$, и каждое x входит в одну и только одну пару этого множества, а каждое y входит, по крайней мере, в одну пару. При этом говорят, что числу x поставлено в соответствие число y, и пишут $y = f(x)$.

7.1.2. Способы задания функций

- **аналитический;**
- **табличный способ;**
- **графический способ.**

Аналитический способ

При **аналитическом способе** задания функции зависимость f между переменными величинами определяется с помощью формулы, указывающей, какие действия нужно выполнить, чтобы получить значение функции, соответствующее данному значению аргумента.

Например: $y = \sqrt{4 - x^2}$, где $x \in X = [-2;2]$, $y \in Y = [0;2]$;

Табличный способ

Табличный способ задания функции – это таблица соответствия числовых значений y определенным значениям аргумента x. Примерами табличного способа задания функций могут служить всем хорошо известные таблицы тригонометрических функций, таблицы логарифмов, таблицы квадратов, кубов, обратных чисел и т.д., а также всевозможные таблицы технических характеристик процессов, статистические и хронологические таблицы, расписания и пр.

Графический способ

При **графическом способе** функция $y = f(x)$, (соответствие между значениями x и y) на ограниченном множестве X задается графиком $\Gamma(f)$ в системе координат xOy, графический способ задания функции обычно используют в практике физических и технических измерений.

7.1.3. Классификация функций

Постоянная функция $f(x) = C = const$, степенная функция x^{α} (α –любое число), показательная функция a^{x} $(0 < a \neq 1)$, логарифмическая функция $\log_{a} x$ $(0 < a \neq 1)$, тригонометрические функции: $\sin x$, $\cos x$, tgx, $ctgx$ и обратные тригонометрические функции: $\arcsin x$, $\arccos x$, $arctgx$, $arcctgx$ называются **простейшими элементарными функциями**.

Класс элементарных функций.

- **1.** ***Целая рациональная функция*** **или** ***алгебраический многочлен степени n***
- **2**. ***Дробно-рациональной функцией*** называется отношение двух алгебраических многочленов

  Совокупность целых рациональных и дробно-рациональных функций образует класс **рациональных функций.**
- **3**. ***Иррациональной функцией*** называется функция, полученная с помощью конечного числа суперпозиций и четырех арифметических действий над степенными функциями как с целыми, так и с дробными показателями, и не являющаяся рациональной.
- **4.** ***Трансцендентной функцией*** называется функция, не являющаяся рациональной или иррациональной.

7.1.4. Некоторые свойства функций

- **1.*Четность*.**
- **2. *Периодичность*.**
- **3. *Ограниченность*.**
- **4. *Монотонность*.**

7.1.5. Обратная функция

Пусть на множестве X задана строго монотонная функция $f : X \mapsto Y$, т.е. множество пар чисел $(x; y)$ $(x \in X,\ y \in Y)$, в котором каждое число x и каждое y входит в одну и только одну пару. Если в каждой паре этого множества числа x и y поменять местами, то получим множество пар чисел $(y; x)$, которое называется **обратной функцией** f^{-1} к функции f.

Из определения обратной функции очевидно, что графики взаимно обратных функций $y = f(x)$ и $y = f^{-1}(x)$ симметричны друг другу относительно биссектрисы I, III координатных углов, т.е. относительно прямой $y = x$.

7.1.5. Функция, заданная параметрически

Если связь между переменными x и y, т.е. соответствие между их значениями устанавливается не непосредственно, а посредством некоторой третьей независимой переменной t (параметра), то говорят о параметрическом задании функциональной зависимости между x и y.