Случайные величины

- Случайной величиной (СВ) называется переменная, которая в результате испытания в зависимости от случая принимает одно, причем заранее не известное, значение из возможного множества своих значений.
- Случайные величины делятся на дискретные (ДСВ) и непрерывные (НСВ).
- ДСВ называется величина, принимающая конечное или счетное множество значений.
- НСВ называется величина, бесконечное множество значений которой есть некоторый конечный или бесконечный интервал числовой оси.

- Законом распределения СВ называется соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями СВ и соответствующими им вероятностями.
- Для ДСВ закон распределения может быть задан: таблично, графически и аналитически (в виде формулы).
- *Задание таблицей*. В этом случае первая строчка таблицы содержит возможные значения ДСВ, вторая строчка – соответствующие им вероятности:

X	x_1	x_2	…	x_n	…
P	p_1	p_2	…	p_n	…

$$p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n + \ldots = 1.$$

- *Задание графиком*. В этом случае по оси абсцисс откладываются возможные значения СВ, а по оси ординат соответствующие им вероятности, в результате соединения указанных точек получается ломаная, которая называется многоугольником или полигоном распределения вероятностей.

- ***Интегральной функцией распределения*** (или просто функцией распределения) СВ Х называется функция $F(x)$, определяющая для каждого значения x вероятность того, что СВ Х примет значения меньшие x, т.е.

$$F(x) = P(X < x)$$

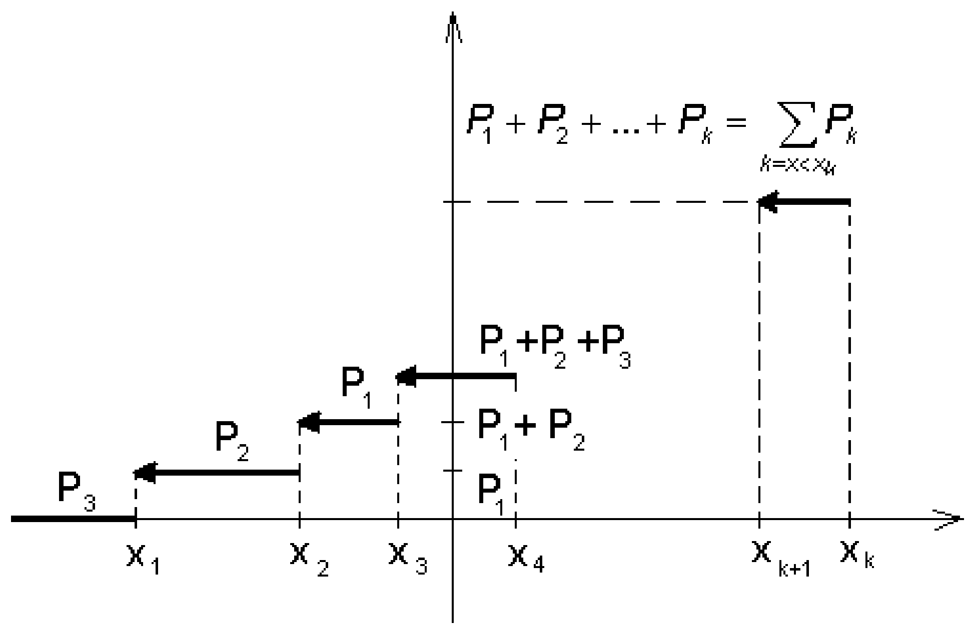
Свойства функции распределения:

1. $0 \le F(x) \le 1$
2. $P(\alpha \le X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$
3. $F(x) -$ *неубывающая на всей числовой оси функция*
4. *если* $\alpha \le X \le \beta$, *то* $F(x) = 0$ *при* $x \le \alpha$,

   $F(x) = 1$ *при* $x > \beta$ *и* $F(-\infty) = 0$, $F(+\infty) = 1$

5. $P(\alpha < X < \beta) = P(\alpha \le X \le \beta) = P(\alpha < X \le \beta) = P(\alpha \le X < \beta)$

График функции распределения любой ДСВ представляет собой разрывную ступенчатую фигуру, скачки которой происходят в точках, соответствующих возможным значениям ДСВ и равны вероятностям этих значений. При подходе слева к точкам разрыва функция F(x) сохраняет свое значение. Сумма всех скачков F(x) равна 1.



Числовые характеристики дискретных случайных величин

- ***Математическим ожиданием*** СВ X называют сумму произведений значений, принимаемых СВ, на соответствующие им вероятности:

$$M(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Свойства математического ожидания:

1. $M(C)=C$, где C = const.
2. $M(C\cdot X)=C\cdot M(X)$, где C = const
3. $M(X+Y)=M(X)+M(Y)$
4. $M(X\cdot Y)=M(X)\cdot M(Y)$, для независимых СВ.

- ***Дисперсией*** СВ X называют математическое ожидание квадрата отклонения СВ от своего математического ожидания

$$D(X) = M(X - M(X))^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - M(X))^2 \cdot p_i$$

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$$

Свойства дисперсии:

1. $D(C) = 0$, где C = const
2. $D(C \cdot X) = C^2 \cdot D(X)$
3. $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$
4. $D(C + X) = D(X)$
5. $D(X - Y) = D(X) + D(Y)$

- ***Средним квадратическим отклонением*** СВ называют корень квадратный из ее дисперсии:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

Свойства среднего квадратического отклонения:

1. $\sigma(C) = 0$, где $C = const$.
2. $\sigma(X \cdot Y) = \sigma(X) \cdot \sigma(Y)$, если X, Y – независимые СВ.
3. $\sigma(C \cdot X) = |C| \cdot \sigma(X)$.

- ***Модой*** $Mo(X)$ СВ Х называется ее наиболее вероятностное значение, то есть значение, для которого вероятность или плотность вероятности достигает максимума.
- ***Медианой*** $Me(X)$ СВ Х называется такое значение, для которого вероятность того, что случайная величина примет значение меньше медианы или больше ее, одна и та же и равна $\frac{1}{2}$.

- ***Биномиальное распределение.*** ДСВ имеет ***биномиальный закон распределения***, если она принимает свои возможные значения $0, 1, 2, \ldots, k, \ldots, n$ с вероятностями:

$$P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

, где $0 < p < 1,\ q = 1 - p,\ k = 0, 1, 2, \ldots, n$

т.е. вероятности $P(X = k)$ вычисляются по формуле Бернулли.

Числовые характеристики биномиального распределения:

$$M(X) = np$$

$$D(X) = npq$$

- ***Распределение Пуассона***. ДСВ имеет ***закон распределения Пуассона***, если она принимает свои возможные значения $0, 1, 2, \ldots, k, \ldots$ с вероятностями

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

где $\lambda = np$

Числовые характеристики СВ, распределенной по закону Пуассона:

$$M(X) = D(X) = \lambda$$