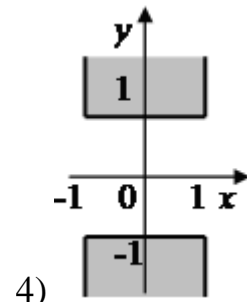
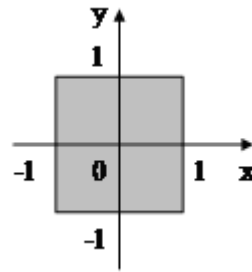
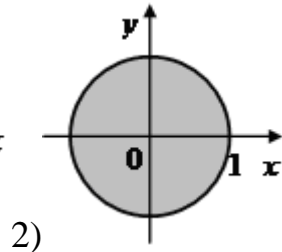
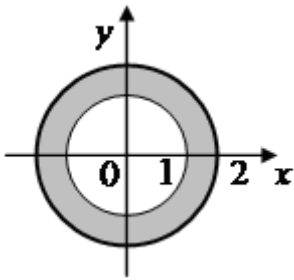


1. Указать область определения функции двух переменных

$$z = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{y^2-1}:$$



1)

2)

3)

4)

2. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = \ln(e^x + e^y)$.

3. Показать, что функция $u = \sin x \cdot \cos at$ удовлетворяет уравнению

$$u''_{tt} - a^2 u''_{xx} = 0.$$

4. Найдите значение полного дифференциала функции $z = y^2 - xy - x^2$ в точке $M(1; 1)$, если $\Delta x = 0,01$; $\Delta y = 0,03$.

5. Найти полную производную $\frac{dz}{dx}$ сложной функции $z = \sqrt{x^2 - y^2}$, если

$$y = e^{2\sqrt{x}}.$$

6. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ для функции $z(x; y)$, заданной неявно уравнением

$$z^3 - \frac{3x^2}{y} + \frac{x}{z} - \frac{2}{x} = 0.$$

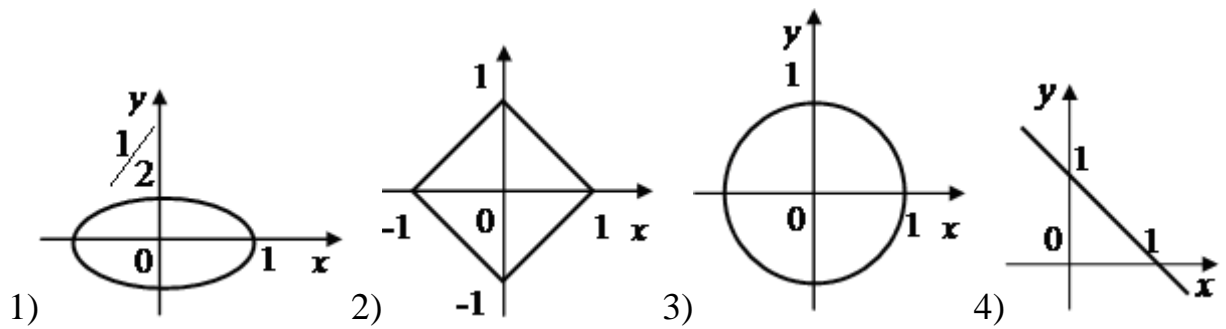
7. Составить уравнение касательной плоскости к поверхности

$$z = \frac{y^2}{x^3} - 5x^2 + 3y^3 + 1$$
 в точке $A(x_0; y_0; z_0)$, если $x_0 = 1$, $y_0 = 2$.

8. Найти экстремумы функции $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$.

9. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - 4x - 4y$ в области $D = \{(x; y) \in R^2 : y \geq 0; x \leq 2, y \leq x\}$.

10. Указать линию уровня $u = 1$ плоского скалярного поля $u = x^2 + 4y^2$:



11. Найти градиент функции $z = \frac{x}{y^2}$ в точке $A(3; 4)$.

12. Найти производную функции $u = (x^3 y^2 - 1) \cdot z + \ln(y + z)$ в точке $A(1; 2; -1)$ по направлению вектора $\vec{a} = (1; -2; 2)$.

13. Найти модуль и аргумент комплексных чисел и записать числа в тригонометрической и показательной формах:

а) $z = -\sqrt{3} + i$; б) $z = 7 \cdot i^{19}$; в) $2\sqrt{3} + 2i$; г) $-3 - 3i$.

14. Выполнить действия:

а) $i(3-i)(3+i)$; б) $(2-2i)^2$; в) $\frac{2+i}{i} - 4 + 3i$; г) $\frac{13(2+3i)}{2(2+3i)}$.

15. Найти все значения $\sqrt[4]{1-i}$.

16. Записать в алгебраической форме $\text{Arcsin} \frac{\pi}{3}i$.

17. Построить линии и области:

а) $|z-3| + |z+3| = 10$; б) $0 < \arg(z-i) < \pi/4$.

18. Показать, что функция $W = \bar{z}$ не имеет производной ни в одной точке.

19. Показать, что условия Коши – Римана для функции

$W = x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3)$ выполняются в каждой точке и найти производную W' этой функции.

20. Найти образ прямой $x = 1$ при отображении $W = z^2$.

21. Точка $z = x + iy$ движется по линии: $|z| = 2$. По какой линии движется точка $W = 1 - 2i - 3z$?

- 22.** Точка $z = x + iy$ движется по линии: $|z - 1| = 1$. По какой линии движется точка $W = \frac{1}{z}$?
- 23.** Вычислить значение $e^{-2+\frac{\pi}{3}i}$, записать его модуль, действительную и мнимую части.
- 24.** Показать, что функция $\omega = e^z$ является аналитической на всей комплексной плоскости.
- 25.** Найти аналитическую функцию $\omega = f(z)$ по известной действительной части $u(x, y) = 2 e^x \cos y$ и при дополнительном условии $f(0) = 2$.